

Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

GRONDWATERSTANDSVERLAGINGEN TENGEVOLGE VAN ONTTREKKINGEN
VOOR KUNSTMATIGE BEREGENING EN DE DRINKWATERVOORZIENING

drs. A. van der Giessen

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties. Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten. Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

I N H O U D

	Blz.
1. ALGEMEEN	1
1.1. Inleiding	1
1.2. Grondwaterstroming	1
2. GRONDWATERSTANDSVERLOOP	7
2.1. Theorie	7
2.2. Berekeningen	10
3. VARIABELE DRAINAGEWEERSTAND	15
3.1. Niet-lineaire toepassingen	15
3.2. Droge en natte jaren	17
4. DIFFUSE ONTTREKKING	19
4.1. Theorie	19
4.2. Berekening	20
4.3. Berekeningen	21
4.4. Droge jaren	26
5. NIET-DIFFUSE ONTTREKKING IN EEN HOMOGEEN PAKKET	32
5.1. Oneindig voedingsgebied	32
5.2. Eindig voedingsgebied	33
6. DRINKWATERWINNING UIT EEN TWEE-LAGEN PAKKET	36
6.1. Algemeen	36
6.2. Theorie	36
6.3. Berekeningen	38
7. DRINKWATERWINNING UIT EEN VIER-LAGEN PAKKET	48
7.1. Theorie	48
7.2. Berekeningen	50
8. SAMENVATTING	62
LITERATUUR	65

1. ALGEMEEN

1.1. I n l e i d i n g

Uit de kleine hoogteverschillen in het grondoppervlak en de daarmee samenhangende geringe diepte van het open waterpeil is te verklaren dat de grondwaterspiegel in het algemeen op een nog geringere diepte onder het grondoppervlak voorkomt. Daarmee hangt samen dat afhankelijk van de preciese diepte van de grondwaterspiegel bij een gegeven grondsoort vrij belangrijke variaties in vochtgehalte mogelijk zijn. Dit geldt ook voor de hoeveelheid vocht die beschikbaar is voor de plantengroei, met name in de wat drogere perioden van het groeiseizoen.

De onttrekking van grondwater voor de drinkwatervoorziening en voor de beregening van landbouwgronden is te beschouwen als een geleidelijk groeiende activiteit, die met zich brengt dat een grondwaterstands-daling zal ontstaan, die in eerste benadering evenredig is met de hoeveelheid onttrokken water. Afgezien van de beregende percelen zal hierdoor een vermindering van gewasopbrengst in het betrokken gebied optreden. Dit maakt duidelijk dat een nader onderzoek wenselijk is, waaruit kan worden afgeleid hoe de grondwaterstands-daling van diverse omstandigheden afhankelijk is.

1.2. G r o n d w a t e r s t r o m i n g

Voor een verklaring van het huidige grondwaterregime is het nodig de beschikking te hebben over de volgende gegevens:

- a. neerslag en verdamping (invoer)
- b. verband tussen vochtinhoud en grondwaterstand (bergingscoëfficiënt)

- c. 1. stroming van grondwater in de verzadigde zone (voor alle lagen moet de doorlaatfactor bekend zijn, voor zover hierin tenminste belangrijke verschillen voorkomen);
2. de specifieke afvoer van grondwater (afvoer per oppervlakte-eenheid) kan met goede benadering worden berekend uit het hoogste punt van het freatisch oppervlak en het peil van open water (zie d), door het verschil van deze grootheden (evt. het verschil van gemiddelde waarden) te delen door de drainageweerstand;
3. voor meer nauwkeurige bepalingen is het aan te bevelen het niet-lineaire verband tussen specifieke afvoer en grondwaterstand te onderzoeken;
- d. het peil van de open leidingen en de afvoer van open water.

1.2.1. Meteorologische gegevens

a. Neerslag P

Vanwege het windeffect is een correctiefactor nodig om de met standaardregenneters verkregen waarden P_g van de neerslag te herleiden tot gegevens uit grondregenneters (Hydrologisch Onderzoek in het Leerinkbeekgebied, 1970).

Deze correctiefactor kan voor het binnenland worden gesteld op 1,05, zodat $P = 1,05 P_g$.

b. Verdamping E

De werkelijke verdamping is kleiner dan de open waterverdamping E_o . De correctiefactor f is een seizoensafhankelijke gewasfactor. In dit rapport wordt voor f een gemiddelde jaarwaarde van 0,75 toegepast, zodat $E = 0,75 E_o$.

c. Neerslagoverschot N

Het neerslagoverschot N wordt gedefinieerd als

$$P - E = 1,05 P_g - 0,75 E_o.$$

d. Gemiddeld jaarlijks verloop

Het neerslagoverschot N heeft als langjarig gemiddelde met vrij goede benadering een sinusachtig verloop met een periode van één jaar. Dit kan worden verklaard uit het feit dat van zijn twee componenten (P en E) de neerslag P gemiddeld over een groot aan-

tal jaren vrij constant is, terwijl de verdamping E minimaal is in de winter en maximaal in de zomer.

e. Landelijke variaties

In fig. 1 is het gemiddeld jaarlijks verloop van P_g , E_o en N weergegeven voor de plaatsen Avereest, Oudenbosch en Winterswijk en in fig. 2 voor het station Gemert.

De open waterverdamping neemt in Nederland geleidelijk af, als wij van West naar Oost gaan. Per jaar is E_o gemiddeld 695 mm in Oudenbosch, 676 mm in Gemert, 654 mm in Winterswijk en 650 mm in Avereest (DE BRUIN, 1979).

Van genoemde 4 stations heeft Gemert gemiddeld per jaar duidelijk de minste neerslag ($P_g = 707$ mm). Vooral door grotere hoeveelheden in het tweede gedeelte van de zomer, wordt in Winterswijk en Avereest de meeste neerslag (resp. 769 mm en 775 mm) opgevangen. Oudenbosch houdt in de eerste jaarhelft gelijke tred met Gemert, maar is in de tweede helft duidelijk natter, zodat het totaal gemiddeld nog 750 mm wordt.

Het neerslagtekort in het zomerhalfjaar is het grootst in Gemert en Oudenbosch, kleiner in Winterswijk en het minst in Avereest. Als voorbeeld hier het zomerneerslagtekort in twee jaren met zeer droge zomers.

	1959	1976
Oudenbosch	336 mm	365 mm
Gemert	395 mm	349 mm
Winterswijk	292 mm	307 mm
Avereest	264 mm	248 mm

De gegevens voor 1976 hebben betrekking op de periode 1 maart tot 1 september en komen uit ICW-Regionale Studie 15 (VAN BOHEEMEN en DE WILDE, 1979).

In het vervolg van dit rapport zal worden gewerkt met de meteorologische gegevens van het station Gemert. Voor diverse waarden van het neerslagtekort gedurende het zomerhalfjaar zijn de overschrijdingskansen bepaald. Het resultaat luidt als volgt:

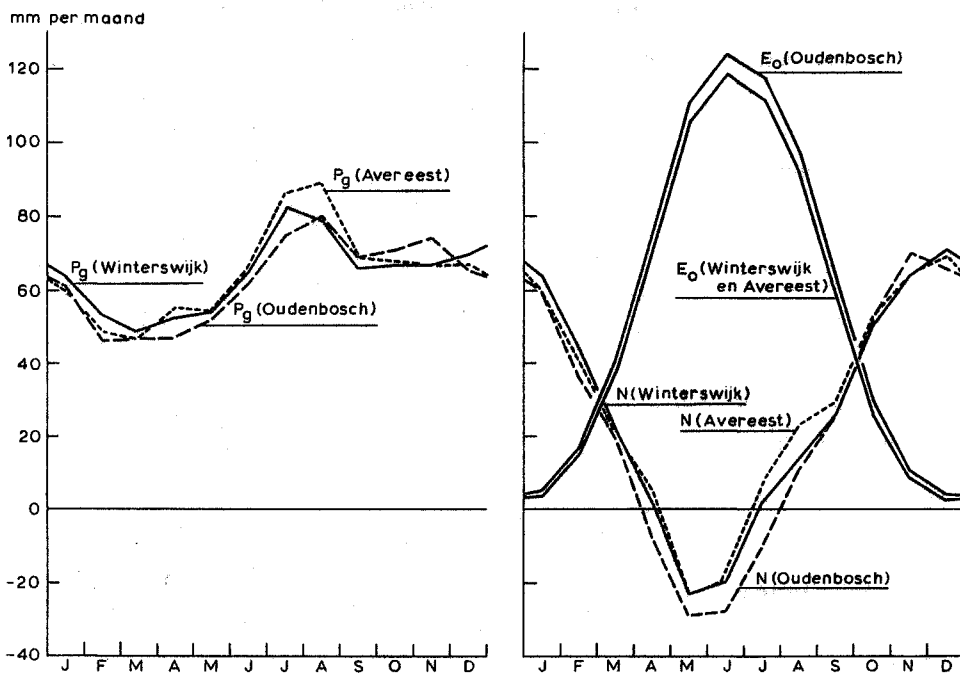


Fig. 1. Gemiddeld jaarlijks verloop van P_g (neerslag), E_o (open waterverdamping) en N (neerslagoverschot) = $1,05 P_g - 0,75 E_o$ in de plaatsen Oudenbosch, Winterswijk en Avereest

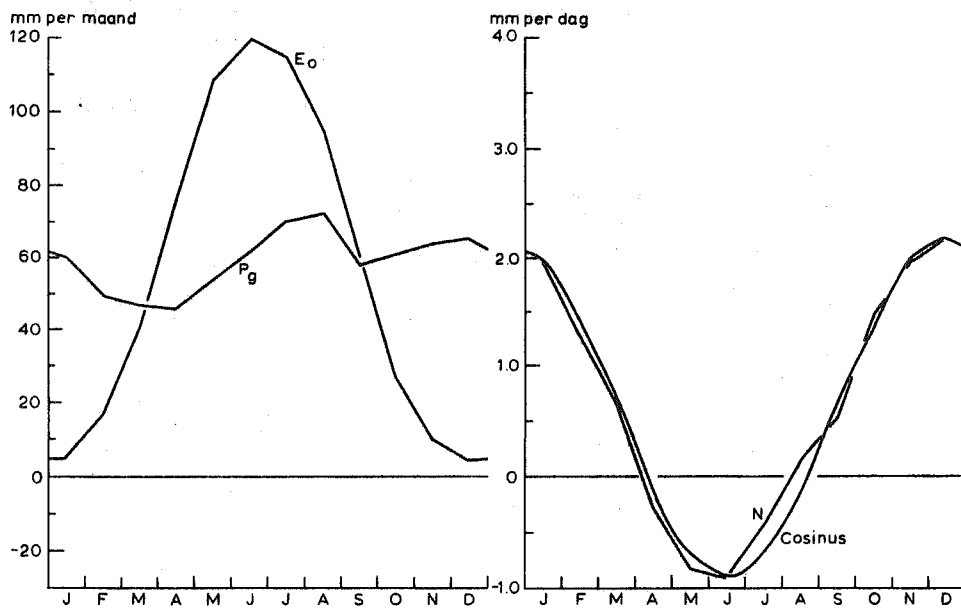


Fig. 2. Gemiddeld jaarlijks verloop van P_g , E_o en N in Gemert. Vergelijking van N met benaderende cosinus

Overschrijdingskans Neerslagtekort (1 april-1 oktober)

1,5%	397 mm
3 %	330 mm
5 %	273 mm
10 %	206 mm
20 %	100 mm
50 %	43 mm
90 %	-63 mm

Voor de watervoorziening in land- en tuinbouw zijn van belang de maximale neerslagtekorten behorende bij reeksen van aaneengesloten decaden in de zomer. Bovenvermelde waarden voor het neerslagtekort zullen dan nog groter worden. Zo zal er bijvoorbeeld ook in een 90% droge zomer nog wel een periode voorkomen met een tekort aan neerslag.

Genoemde maximale waarde van het neerslagtekort voor een bepaald jaar, minus de bodemvochtleverantie, geeft dan de grootte van de behoefte aan kunstmatige watervoorziening aan. In het erg droge jaar 1976 bedroeg de gemiddelde watergift in Nederland 297 mm; voor de provincie Noord-Brabant was dit 430 mm en voor Limburg zelfs 483 mm.

Voor oostelijk Noord-Brabant gebruiken wij in dit rapport de volgende overschrijdingskansen voor de jaarlijkse watergift:

Overschrijdingskans	Watergift
1,5%	420 mm
10 %	210 mm
50 %	70 mm
90 %	10 mm

1.2.2. De onverzadigde zone

- a. De beschikbaarheid van het grondwater in de onverzadigde zone zou eigenlijk het centrale deel van dit onderzoek moeten zijn. Door de ingewikkeldheid van de grondwaterbeweging in deze zone, wat een uitermate omvangrijk rekenwerk zou vragen, wordt er echter de voorkeur aan gegeven de toestand in de onverzadigde zone

te beschrijven met behulp van een enkele karakteristieke grootheid, de bergingscoëfficiënt μ .

- b. De bergingscoëfficiënt hangt vooral af van grondsoort c.q. de laagtheid van de bovengrond en grondwaterstandsdiepte. Het verloop van de grondwaterstand is te berekenen met behulp van differentiaalvergelijking (1) uit hoofdstuk 2 en bijbehorende randvoorwaarden. Daaruit volgt dan dat de fluctuaties van de grondwaterstand zijn te beschouwen als afhankelijk van de bergingscoëfficiënt, de kD -waarde en de afstand tot de open leidingen, eventueel ook met een wat grovere benadering (differentiaalvergelijking (2)) als afhankelijk van bergingscoëfficiënt en drainageweerstand.

2. GRONDWATERSTANDSVERLOOP

2.1. Theorie

2.1.1. Differentiaalvergelijkingen

Voor een 2-dimensionaal, niet stationair geval kan de volgende differentiaalvergelijking worden gebruikt (ERNST, 1969):

$$kD \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} = \mu \frac{\delta h}{\delta t} - N(t) \quad \text{met } N = P - E \quad (1)$$

Hierin is $h(x,t)$ de grondwaterstand op het tijdstip t en op een afstand x van de open leiding; k is de doorlaatfactor en D de dikte van de watervoerende laag; μ is de bergingscoëfficiënt.

Als wij een eenduidig verband tussen afvoer en grondwaterstand veronderstellen, kan bovenstaande differentiaalvergelijking worden vereenvoudigd tot (ERNST, 1971):

$$\mu \frac{dh}{dt} = N(t) - U(h) \quad \text{met } U(h) = \frac{h - h_s}{\gamma} \quad (2)$$

Hierbij is h_s het waterpeil in de sloten en γ de drainageweerstand; U is de afvoer per oppervlakte-eenheid. Over het algemeen is γ niet constant, maar bij hogere zandgronden nagenoeg wel en dan is $U(h)$ dus bij benadering lineair.

Voor het stap voor stap berekenen van $h(t)$ kunnen wij gebruik maken van de bij vergelijking (2) behorende differentieformule:

$$\mu \frac{\Delta h}{\Delta t} = N(t) - U(h) \quad (3)$$

Bij een gegeven functie $N(t)$ en constante γ en μ kan de grondwaterstand met behulp van vergelijking (2) bepaald worden.

Als $N(t)$ constant is, levert dit voor $h(t)$ de volgende oplossing op:

$$h(t) = h_s + N\gamma + \{h(0) - h_s - N\gamma\} e^{-t/\mu\gamma} \quad (4)$$

Voor $t \rightarrow \infty$ convergeert $h(t)$ dus naar $h_s + N\gamma$.

Als $N(t) = \bar{N} + N_a \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$, komt voor $h(t)$ de volgende periodieke oplossing uit de bus:

$$h(t) = h_s + \bar{N}\gamma + h_a \cos\left(\frac{2\pi(t - t_n)}{T}\right) \quad (5)$$

Hierbij is de amplitudo

$$h_a = \frac{N_a \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi\mu\gamma}{T}\right)^2}} \quad (6)$$

en geldt voor de naijling t_n de formule:

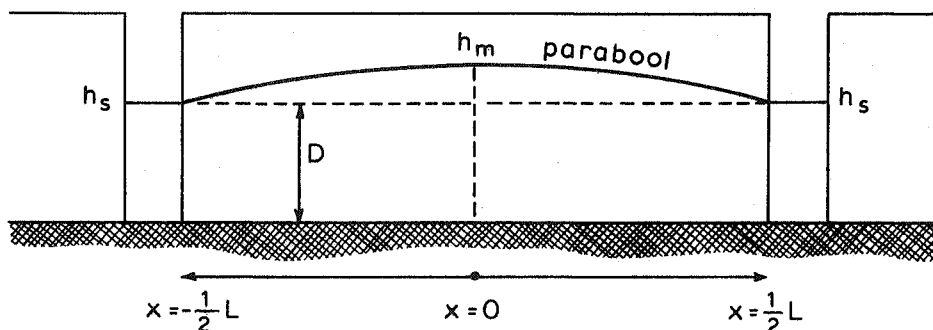
$$\operatorname{tg}\left(2\pi \frac{t_n}{T}\right) = \frac{2\pi\mu\gamma}{T} \quad (7)$$

2.1.2. Drainageformules

Voor het onderzoeken van het verband tussen grondwaterstand en afvoer is de eenvoudigste te gebruiken grondwaterstromingsformule:

$$h^2(x) - h_s^2 = N \frac{L^2 - 4x^2}{4k}$$

met L als afstand tussen de sloten en x zoals hieronder is aangegeven.



Midden tussen de sloten ($x = 0$) geldt dus:

$$h_m^2 - h_s^2 = \frac{NL^2}{4k} \quad (8)$$

Als de fluctuatie van het grondwaterstandspeil klein is ten opzichte van h_s , dus de dikte van de watervoerende laag vrijwel constant is, kan deze formule nog worden vereenvoudigd tot:

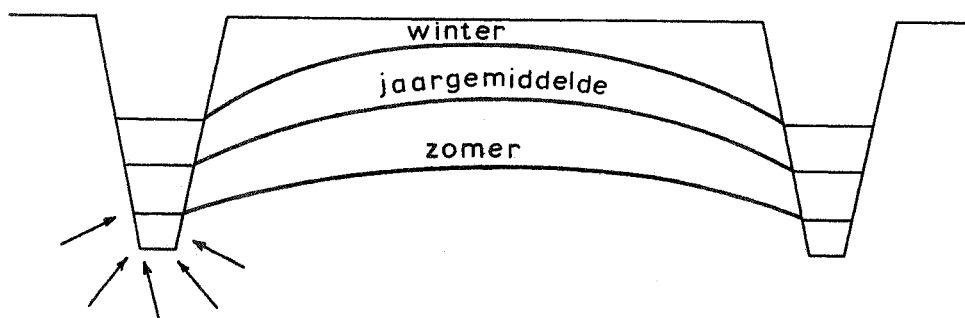
$$h_m - h_s = \frac{NL^2}{8kD} \quad (9)$$

In een stationaire toestand moet de afvoer U gelijk zijn aan het neerslagoverschot N , zodat dan $h_m - h_s = \frac{UL^2}{8kD}$ en $\gamma = \frac{h_m - h_s}{U} = \frac{L^2}{8kD}$.

In werkelijkheid is het proces echter veel ingewikkelder.

Als oorzaak daarvoor zijn de volgende factoren aan te wijzen:

1. Er is een radiaal gerichte stroming bij de open leidingen
2. De toestand is niet-stationair
3. Het peil van het water in de open leidingen is niet constant



In het algemeen is het verband grondwaterstand-afvoer dan ook niet-lineair.

Uit het verband tussen grondwaterstand h en afvoer U kan een constante waarde voor de drainageweerstand γ worden afgeleid als de helling van de kromme: $\gamma = \frac{\Delta h}{\Delta U}$.

Een voor de drainageweerstand γ betere voorstelling dan in het voorgaande is weergegeven in fig. 3. Zoals empirisch aangetoond voor de Achterhoek (ERNST, 1978) heeft $U(h)$ een exponentieelachtig ver-

loop, dus $U(h) \approx ae^{bh} + c$ met a , b en c constanten.

In fig. 3 hebben de bovenste twee krommen betrekking op lagere zandgronden, terwijl de onderste twee krommen het verband tussen U en h schetsen bij hogere zandgronden.

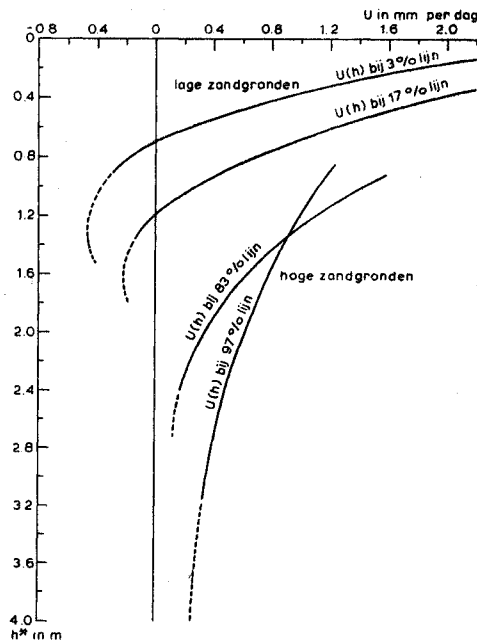


Fig. 3. Afvoer U als functie van de grondwaterstandsdiepte h^*

2.2. B e r e k e n i n g e n

a. In hoofdstuk 1 is al opgemerkt dat het neerslagoverschot $N(t)$ meestal een sinusachtig verloop heeft met een periode van één jaar. Uit fig. 2 blijkt dat het gemiddeld jaarlijks verloop van het neerslagoverschot redelijk goed benaderd wordt door de functie $f(t) = 0,6 + 1,5 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ mm/dag, waarin $T = 365$ dagen en $t = 0$ op 15 december.

Bij deze uitdrukking voor $N(t)$ weten wij middels de formules (5), (6) en (7) dat $h(t)$ voldoet aan

$$h(t) = h_s + 0,6 \gamma + h_a \cos \frac{2\pi(t - t_n)}{T} \quad \text{met} \quad h_a = \frac{1,5 \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi\mu\gamma}{365}\right)^2}}$$

$$\text{en} \quad \text{tg}\left(\frac{2\pi t_n}{365}\right) = \frac{2\pi\mu\gamma}{365}$$

Een grafische voorstelling van de amplitudo h_a en de naijling t_n van de grondwaterstand in afhankelijkheid van de drainageweerstand γ en de bergingscoëfficiënt μ is gegeven in fig. 4. Een kleine waarde van γ zorgt voor een overheersende invloed van de teller in h_a , zodat de amplitudo vrij klein is. Als γ groot is, telt de noemer het meest en is h_a ongeveer gelijk aan $\frac{N T}{2\pi\mu}$. De naijling wordt geheel bepaald door het produkt $\gamma \times \mu$. In hogere zandgronden (met vaak grote waarden van γ en μ) is dus een lange naijlingstijd te verwachten, die bijna 3 maanden zal bedragen.

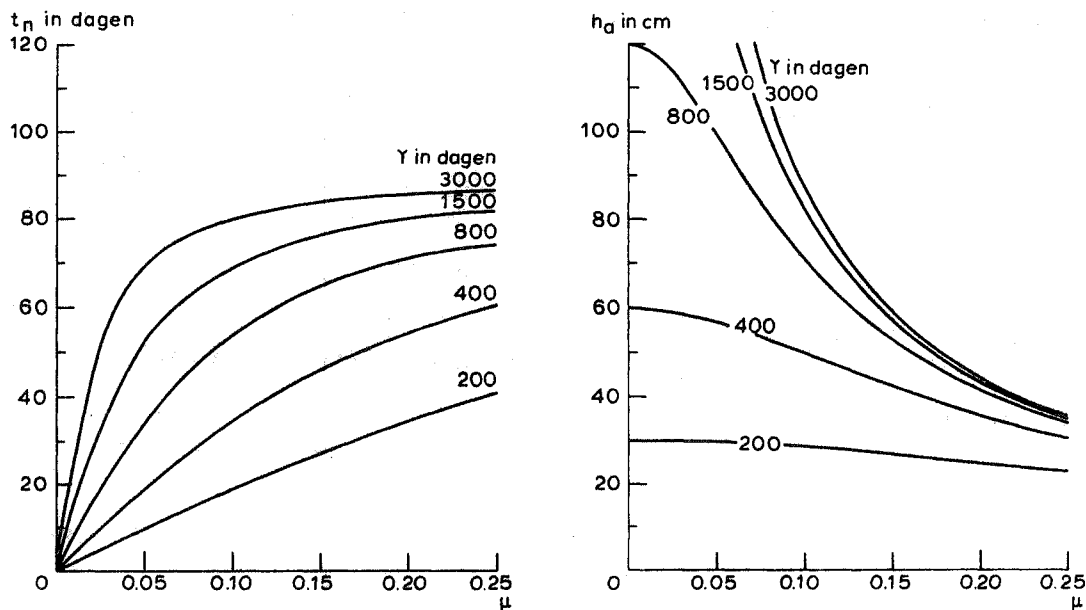


Fig. 4. Amplitudo (h_a) en naijling (t_n) van de grondwaterstand als functie van μ en γ

- b. Bij het gebruik van een expliciete functie (zoals hierboven $f(t)$ voor het neerslagoverschot) kunnen wij controleren hoe groot het verschil is tussen een oplossing bereikt via de differentiaalvergelijking (2), en een oplossing via de differentieformule (3). Hoe kleiner de differentiestap Δt is, des te beter zal de oplossing met behulp van formule (3) natuurlijk de echte oplossing

(verg. (2)) benaderen.

Een voorbeeld: $N(t) = f(t) = 0,6 + 1,5 \cos\left(\frac{2\pi t}{365}\right)$ mm/dag; $\mu = 0,10$; $\gamma = 220$ dagen.

Voor $\Delta t = 30$ dagen wijkt de differentie-oplossing (3) voor $h(t)$ slechts maximaal 9 mm af van de echte oplossing van verg. (2), hetgeen 3% is van de amplitudo van $h(t)$.

Voor $\Delta t = 10$ dagen bedraagt de afwijking ten hoogste 2 mm $\approx 0,7\%$ van de amplitudo van $h(t)$. Bij $\mu = 0,14$ en $\gamma = 2500$ dagen zijn deze maximale afwijkingen respectievelijk 1,8% voor $\Delta t = 30$ dagen en 1,4% voor $\Delta t = 10$ dagen.

Voor het berekenen van het gemiddeld jaarlijks verloop van $h(t)$ worden bij $\Delta t = 30$ dagen al bevredigende resultaten met behulp van de differentieformule geboekt. Als echter een concreet geval voor een bepaalde periode wordt doorgewerkt, verdient het gezien het grillige karakter van $N(t)$ aanbeveling de differentiestap $\Delta t = 10$ dagen te gebruiken.

- c. In werkelijkheid is het gemiddeld jaarlijks verloop van het neerslagoverschot niet zuiver sinusvormig, maar bij constante μ en γ kunnen wij via formule (3) ook nu $h(t)$, stap voor stap, bepalen. De voor Gemert geldende waarden van het gemiddeld jaarlijks verloop van N (zie fig. 2) zijn gebruikt om via de differentieformule (3) de door Ernst berekende getrokken lijnen (GL) uit fig. 2 van ICW-nota 1116 (ERNST en FEDDES, 1979) te benaderen. Het resultaat van deze numerieke berekening is weergegeven in fig. 5.

De differentie-oplossing voor $\mu = 0,10$ en $\gamma = 220$ dagen geeft goede overeenkomst met de bovenste GL (GL1).

De differentie-oplossing voor $\mu = 0,11$ en $\gamma = 285$ dagen geeft goede overeenkomst met GL2.

De differentie-oplossing voor $\mu = 0,135$ en $\gamma = 700$ dagen is een goede benadering voor GL3.

De differentie-oplossing voor $\mu = 0,14$ en $\gamma = 2500$ dagen is een goede benadering voor GL4.

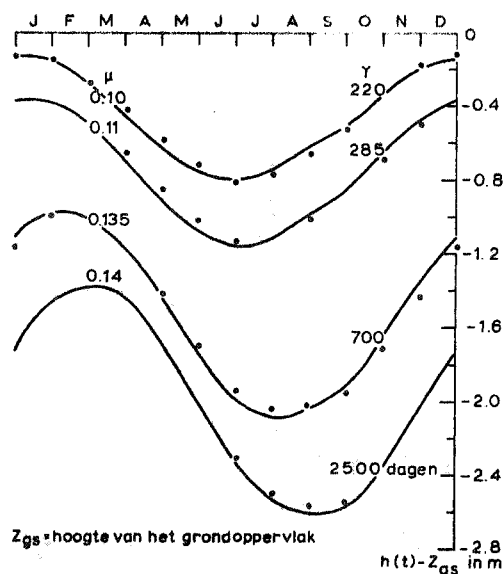


Fig. 5. Berekend grondwaterstandsverloop voor een gebied in Noord-Brabant bij constante γ (getrokken lijnen) en variabele γ (punten), voor zover afwijkend van de getrokken lijnen)

d. Met behulp van differentieformule (3) hebben wij voor een reeks van jaren (1960 t/m 1970) een concreet geval doorgewerkt. Het betreft hier een gebied bij Vught en Esch in Noord-Brabant. Uit fig. 6 blijkt dat de gemeten grondwaterstanden redelijk overeenkomen met het resultaat van de differentie-oplossing voor $\mu = 0,17$ en $\gamma = 400$ dagen.

In werkelijkheid is γ niet constant, maar groter dan 400 dagen in de zomer en kleiner dan 400 dagen in de winter. Dit feit staat mede een betere overeenstemming met de gemeten waarden (vooral de extrema) in de weg. Andere oorzaken zijn:

- de hysteresis van de grondwaterstand ten opzichte van de afvoer
- de hysteresis van de vochtspanning ten opzichte van het vochtgehalte. Dit moet vooral merkbaar zijn bij sterke regenbuien van betrekkelijk korte duur als verschillen tussen de bevochtigende en de uitdrogende fase.

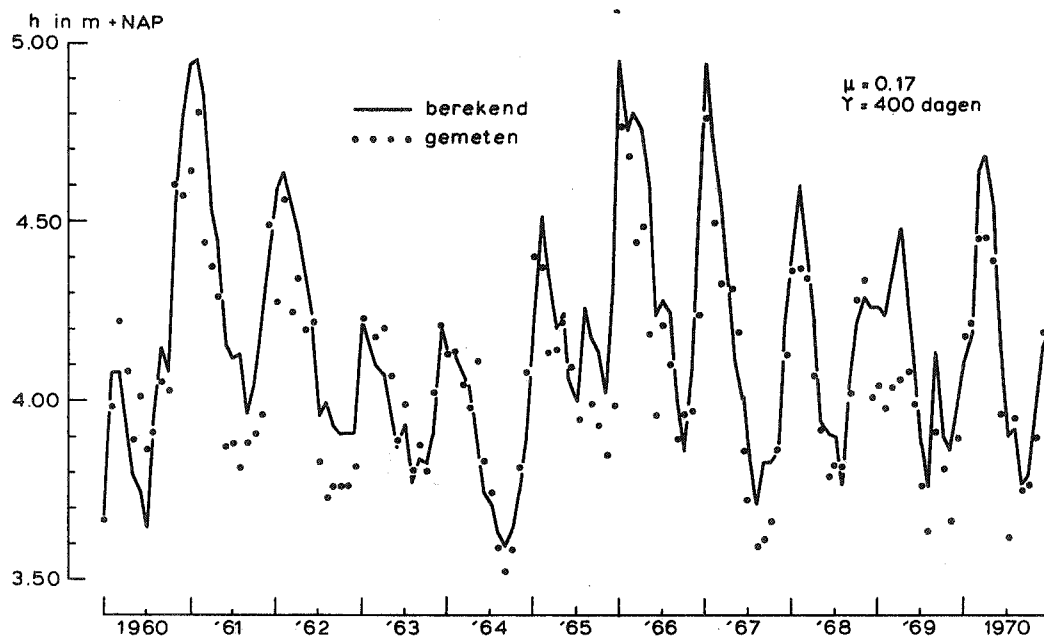


Fig. 6. Vergelijking van gemeten en berekende grondwaterstand in gebied Vught-Esch tijdens de periode 1960 tot en met 1970. Constante γ

3. VARIABELE DRAINAGEWEERSTAND

3.1. Niet-lineaire toepassingen

a. De afvoer U gemiddeld genomen heeft in de meeste gevallen geen lineair verband met de grondwaterstandsdiepte h^* , maar een exponentieelachtig verloop; daarmee geldt dit ook voor de drainageweerstand γ , want γ is gelijk aan de inverse van $\frac{\delta U}{\delta h}$. In fig. 3 is γ dus in elk punt van een kromme te bepalen als de helling van de raaklijn aan die kromme in dat punt. In de winter, met geringere waarden voor de grondwaterstandsdiepte, is γ dus kleiner dan in de zomer.

Daarom hebben wij het geval Vught-Esch uit hoofdstuk 2.2 sub d ook doorgerekend met een als volgt variërende drainageweerstand:

γ (winter) = 250 dagen; γ (lente) = γ (herfst) = 400 dagen en γ (zomer) = 550 dagen. Het resultaat van deze nieuwe berekening voor Vught-Esch is weergegeven in fig. 7. De waarden van de extrema in de grondwaterstand blijken nu iets beter te kloppen.

b. Met behulp van de vier $U(h)$ kolommen uit fig. 3 (dus continue variabele γ) hebben wij via formule (3) opnieuw het verloop van de grondwaterstand berekend voor de vier situaties uit fig. 5. Daarbij moeten wij wel bedenken dat ook de verdamping E niet onafhankelijk is van h^* , zoals tot nu toe aangenomen, maar dat bij verschillen in grondwaterstand ook verschillen in verdamping behoren. Dit kan als volgt worden geschreven:

$E(h_1^*) - E(h_2^*) = \frac{h_2^* - h_1^*}{\gamma_v}$. Uit Technical Bulletin 75 (ERNST, 1971) blijkt dat voor zandgrond in jaren met een normale hoeveelheid zomerneerslag geldt:

$\gamma_v \approx 2500$ dagen, voor h_1^* (zomer) en h_2^* (zomer) $< 1,5$ meter.

Voor grotere waarden van h^* wordt het verlies snel minder steil

en neemt $\gamma_v = \left(\frac{\delta E}{\delta h}\right)^{-1}$ dus toe. In de winter is E erg klein en h^* minimaal, zodat $\frac{\delta E}{\delta h}$ dan als nul mag worden beschouwd. De effectieve drainageweerstand γ_e is als volgt te bepalen:

$$\frac{1}{\gamma_e} = \frac{\delta(U + E)}{\delta h} = \frac{\delta U}{\delta h} + \frac{\delta E}{\delta h} = \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma_v} \quad (10)$$

Hierbij geldt: $\gamma_v = \infty$ in de winter en $\gamma_v \approx 2500$ dagen in een normale zomer, als h^* (zomer) < 1,5 meter.

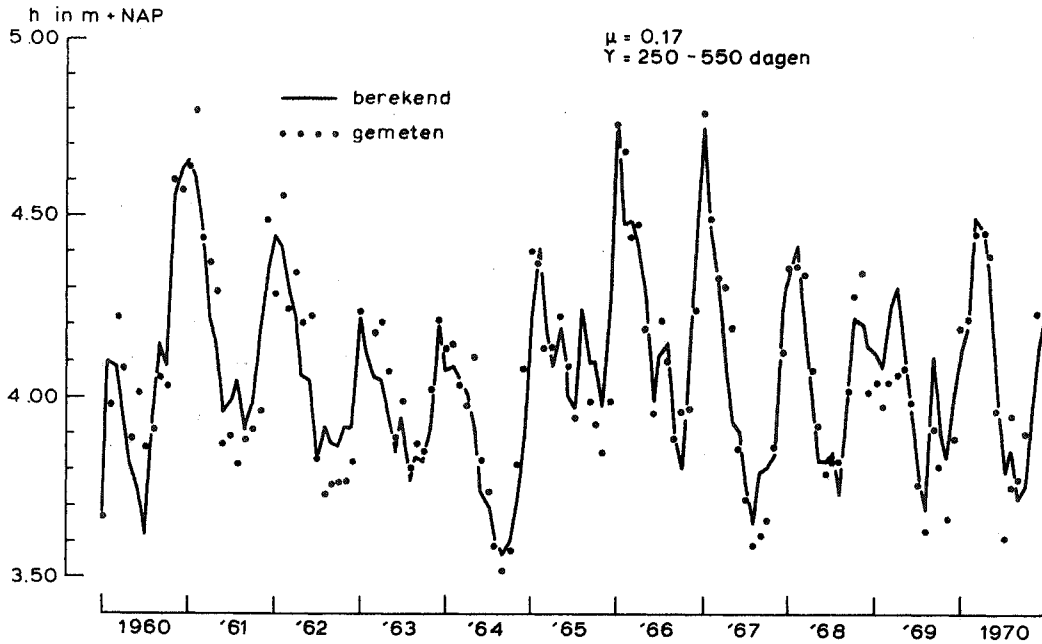


Fig. 7. Vergelijking van gemeten en berekende grondwaterstand in gebied Vught-Esch tijdens de periode 1960 tot en met 1970. Variabele γ

Met deze reductie van de verdamping is rekening gehouden bij de door het gebruik van een variabele drainageweerstand hernieuwde berekening van de krommen uit fig. 5. Voor zover deze berekening afwijkende resultaten oplevert in vergelijking tot de met lineaire formules berekende krommen, is dit in fig. 5 via punten aangegeven.

Een voorbeeld: In hoofdstuk 2 hadden wij de bovenste kromme uit fig. 5 berekend met een vaste drainageweerstand van 220 dagen. Nu gebruikten wij een continu variabele effectieve drainageweerstand γ_e , die gemiddeld over de 4 zomermaanden een waarde had van 425 dagen en gemiddeld over de overige 8 maanden een waarde had van 125 dagen. Het jaargemiddelde van γ_e bedroeg dus 225 dagen.

3.2. D r o g e e n n a t t e j a r e n

De tot nu toe bij de berekeningen gebruikte gegevens voor N hadden meestal betrekking op het gemiddeld jaarlijks verloop van het neerslagoverschot. Hiervoor zijn dan ook de verkregen resultaten voor het grondwaterstandsverloop geldig. In droge of natte jaren zullen andere waarden voor N moeten worden ingevoerd.

Op grond van het totale neerslagtekort gedurende het zomerhalfjaar (zie hfdst. 1) definiëren wij een x% droog jaar hier als volgt: Een x% droog jaar is een jaar met een totaal zomerneerslagtekort dat een overschrijdingskans van x% heeft.

Uit hoofdstuk 1 volgt dan dat het totale zomerneerslagtekort een waarde heeft van: 397 mm in een 1,5% droog jaar, 206 mm in een 10% droog jaar, 43 mm in een 50% droog jaar en -63 mm in een 90% droog jaar.

Bij een sinusvormige benadering van $N(t)$ levert dit het volgende verband op tussen de droogte van het jaar en de waarden van \bar{N} (het gemiddelde van $N(t)$ over het betreffende jaar) en N_a (de amplitude van N):

	N_a	\bar{N}
1,5% droog jaar	2,7 mm/dag	-0,5 mm/dag
10 % droog jaar	2,1 mm/dag	0,1 mm/dag
50 % droog jaar	1,6 mm/dag	0,6 mm/dag
90 % droog jaar	1,2 mm/dag	1,0 mm/dag

Met behulp van deze gegevens en een continu variabele γ_e is voor bovenvermelde 4 soorten jaren het grondwaterstandsverloop berekend voor twee situaties:

- lage zandgronden
- hoge zandgronden

De resultaten zijn weergegeven in fig. 8. Hierbij is ervan uitgegaan dat de grondwaterstand op 1 januari een peil bezit, dat overeenkomt met het voor dat tijdstip bij een gemiddeld jaarlijks verloop behorend niveau. Er is bij de berekeningen rekening mee gehouden dat de γ_v -waarden voor droge zomers zeker een factor 2 kleiner kunnen zijn dan voor normale zomers en dat in natte zomers er vrijwel geen reductie van verdamping optreedt.

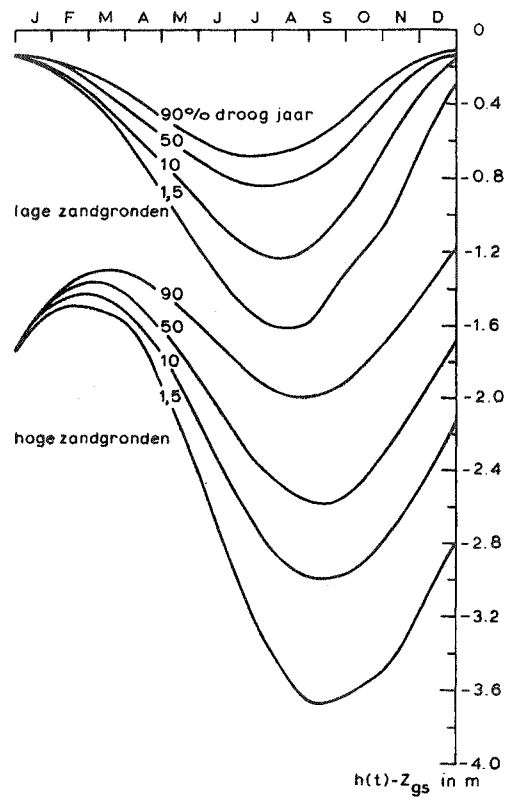


Fig. 8. Berekend grondwaterstandsverloop bij hoge en lage zandgronden voor respectievelijk een 1,5%, 10%, 50% en 90% droog jaar

4. DIFFUSE ONTTREKKING

4.1. Theorie

In dit hoofdstuk behandelen wij de gevolgen, die een diffuse grondwateronttrekking uit een homogeen pakket heeft op de grondwaterstand. In dat geval kunnen wij verg. (2) toepassen op zowel de ongestoorde als de gestoorde toestand. Na aftrekking levert dit voor de grondwaterstandsverlaging $h(t)$ een nieuwe differentiaalvergelijking op, die er bij constante γ_e als volgt uitziet:

$$\mu \frac{dh}{dt} = \frac{-h}{\gamma_e} - U_d \quad (11)$$

Hierbij is U_d de diepe grondwateronttrekking per tijdseenheid en per oppervlakte-eenheid. De oplossing van verg. (11) levert voor de grondwaterstandsverlaging $h(t)$ de volgende formules:

$$h(t) = U_d \gamma_e + \{h(0) - U_d \gamma_e\} e^{-\frac{t}{\mu \gamma_e}} \text{ voor de beregeningsperiode,} \\ \text{dus } 0 \leq t \leq t_b \quad (12)$$

$$h(t) = h(t_b) e^{-\frac{t-t_b}{\mu \gamma_e}} \text{ voor de periode zonder kunstmatige berege-} \\ \text{ning } (U_d = 0), \text{ dus } t_b \leq t \leq T \quad (13)$$

Gezien onze bevindingen in het ongestoorde geval lijkt het verstandiger γ_e per jaar twee waarden te laten aannemen: een grotere in de zomer (beregeningperiode) en een kleinere in de resterende periode van het jaar. Ook in dat geval kunnen de formules 12 en 13 worden toegepast, maar dan met verschillende waarden voor γ_e .

De werkelijke toestand wordt nog beter weergegeven door een continue variabele γ_e . Dan kan niet onmiddellijk worden overgegaan tot verschilberekening, maar moeten de oude (h_1) en nieuwe toestand (h_2) apart worden berekend met behulp van differentieformule (3):

$$\mu \frac{\Delta h_1}{\Delta t} = N(t) - U(h_1)$$

$$\mu \frac{\Delta h_2}{\Delta t} = N(t) - U_d(t) - U(h_2)$$

4.2. B e r e g e n i n g

Bij kunstmatige berekening zijn de volgende grootheden van belang:

a. De jaarlijkse beregeningsgift G

G is in de eerste plaats afhankelijk van het neerslagtekort in de zomermaanden. In het algemeen zal G in het noordoosten van Nederland kleiner zijn dan in het zuidoosten (zie hfdst. 1). Zo varieerde G in het erg droge jaar 1976 van 159 mm in de provincie Groningen tot 483 mm in Limburg (VAN BOHEEMEN en DE WILDE, 1979).

b. Het voedingsgebied $A = \pi R^2$ per beregeningsonttrekkingspunt

Verwacht mag worden dat er per oppervlakte-eenheid meer onttrekkingspunten zijn (dus kleinere A) naarmate het gebied droogtegevoeliger is en er minder oppervlaktewater beschikbaar is. In de provincies Noord-Brabant en Limburg wordt voor berekening overwegend grondwater gebruikt. Gemiddeld varieerde A in 1976 van ca. 50 ha in sommige regio's in het zuiden tot ongeveer 1000 ha of zelfs meer in het noorden van ons land. In de toekomst zullen deze waarden kleiner worden door een toename van het aantal onttrekkingspunten.

c. Het percentage beregend oppervlak: b

Er geldt $b = 100 \frac{A_b}{A}$, waarbij A_b = beregend oppervlak per onttrekkingspunt. In 1976 werden in Noord-Brabant (totaal oppervlak $\approx 500\ 000$ ha) ongeveer 4000 beregeningsinstallaties gebruikt, zodat het voedingsgebied A gemiddeld voor deze provincie ca. 125 ha bedroeg. In totaal werd ongeveer 40 000 ha beregend, zodat $A_b \approx 10$ ha en $b \approx 8\%$. Er mag in de toekomst op een flinke stijging van de waarde van b gerekend worden.

d. De duur van de berekening: t_b

De periode met een grote kans op een vochttekort ligt tussen medio april en medio augustus, want in dat tijdvak is het neerslagoverschot N gemiddeld genomen negatief (zie fig. 2). Daarom geldt $t_b \approx 120$ dagen.

De gemiddelde beregeningsintensiteit per dag $N_b = \frac{G}{t_b}$.

e. De pompcapaciteit Q_0

Van de in 1976 in Noord-Brabant gebruikte beregeningsinstallaties bedroeg de gemiddelde pompcapaciteit $44,1 \text{ m}^3/\text{uur}$. Als een installatie gemiddeld 8 uren per etmaal in gebruik is, betekent dit dat Q_0 gemiddeld ongeveer $350 \text{ m}^3/\text{dag}$ is. In minder droge jaren zal er natuurlijk minder water worden opgepompt.

Voor de dagelijkse onttrekking Q geldt: $Q = N_b \times A_b = \frac{G \times A_b}{t_b}$

Er zijn vrij veel onttrekkingspunten, dus een relatief groot aantal betrekkelijk kleine trechters, die met hun punt meestal in of dicht bij een beregend gebiedje staan. Wegens de tamelijk geringe diepte van deze trechters is er reden om de preciese vorm van deze trechters voorlopig te verwaarlozen en de onttrekking als diffuus te beschouwen. In hoofdstuk 5 zal op dit onderwerp overigens nog nader worden ingegaan.

4.3. Berekeningen

4.3.1. Constante drainageweerstand

Bij een constante waarde voor de effectieve drainageweerstand γ_e kunnen de formules (12) en (13) worden toegepast. Voor de dagelijkse grondwateronttrekking per oppervlakte-eenheid geldt:

$$U_d = \frac{Q}{A} = \frac{G \times A_b}{t_b \times A} = \frac{\text{totale beregeningsgift}}{\text{beregeningperiode}} \times \frac{\text{beregend oppervlak}}{\text{totaal oppervlak}} \quad (14)$$

Voor diverse combinaties van μ en γ_e hebben wij het verloop van de grondwaterstandsverlaging $h(t)$ berekend bij een jaarlijkse beregening, gedurende het tijdvak 1 mei-1 september, met $U_d = 0,175 \text{ mm/dag}$. (Als $A = 125 \text{ ha}$, komt dit overeen met $Q \approx 220 \text{ m}^3/\text{dag}$). Dat betekent

een totale onttrekking per oppervlakte-eenheid van $120 \times 0,175 = 21$ mm per groeiseizoen, dus per jaar.

Indien 10% van het gebied van water wordt voorzien, wordt dus over de beregende percelen een jaarlijkse berekening van 210 mm gegeven. Het is overigens duidelijk dat de grondwaterstandsverlaging volgens (12) en (13) recht evenredig is met U_d , dus volgens (14) ook met G en b . Voor $b = 30\%$ en $G = 70$ mm (de gift voor een 50% droog jaar)

worden daarom dezelfde uitkomsten verkregen als bij $b = 10\%$ en $G = 210$ mm. De resultaten van deze berekening voor constante γ_e zijn weergegeven in fig. 9.

Voor $\gamma_e = 300$ dagen (lage gronden) heeft de evenwichtstoestand zich al na 1 jaar ingesteld en treedt nog een nagenoeg volledig herstel op. Voor $\gamma_e = 900$ dagen wordt het evenwicht na 2 jaar bereikt. Bij $\gamma_e = 3000$ dagen (hoge gronden) is hiervoor 4 of meer jaar nodig; hoe groter μ is, des te langer duurt het.

Het blijkt dat eind augustus het effect van berekening op de grondwaterstand varieert van 4 cm verlaging ($\gamma_e = 300$ dagen; $\mu = 0,2$) tot 24 cm verlaging ($\gamma_e = 3000$ dagen; $\mu = 0,1$).

4.3.2. Variabele drainageweerstand

Wij kunnen de formules (12) en (13) ook toepassen, als wij γ_e per jaar twee waarden laten aannemen (een grotere in de zomer en een kleinere in de overige periode). Het resultaat voor de grondwaterstandsverlaging bij deze berekening is weergegeven in tabel 1.

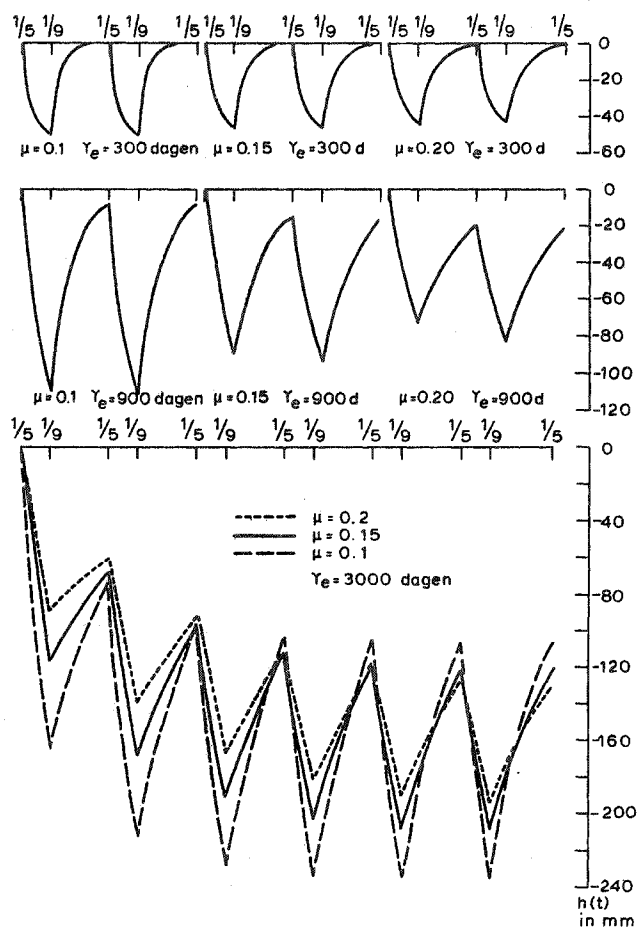


Fig. 9. Grondwaterstandsverandering $h(t)$ als gevolg van berekening (jaarlijks van 1 mei-1 september) voor verschillende combinaties van γ_e en μ volgens formules (12) en (13).

$$U_d = 0,175 \text{ mm/dag}$$

In werkelijkheid is γ_e continu variabel en moeten de oude en nieuwe toestand apart worden berekend met de differentieformule (3) met daarin een nader aan te geven functie $U(h)$. Deze methode is toegepast op de vier situaties uit fig. 5 met behulp van de vier $U(h)$ krommen uit fig. 3. De differentiestap is in dit geval 10 dagen. Het resultaat is weergegeven in fig. 10 en geldt voor jaren met een normale zomer en $U_d = 0,175 \text{ mm/dag}$, hetgeen inhoudt dat $b \approx 30\%$. De in deze figuur vermelde overschrijdingskansen zijn bepaald via het COLN-rapport van Noord-Brabant (1958). Voorbeeld: een overschrijdings-

Tabel 1. Grondwaterstandsverlaging in cm volgens formules 12 en 13 met verschillende waarden voor γ_e in de zomer (4 maanden) en de resterende periode (8 maanden). Resultaten aan begin (I) en eind (II) van de beregeningsperiode na het instellen van het evenwicht. $U_d = 0,175$ mm/dag

γ_e (zomer)	γ_e ('winter')	γ_e (gemiddeld)	$\mu = 0,10$		$\mu = 0,15$		$\mu = 0,20$	
			I	II	I	II	I	II
400 dagen	100 dagen	200 dagen	0	- 6,7	0	- 6,1	0	- 5,4
500	200	300	0	- 8,0	0	- 7,0	0	- 6,1
600	300	400	0	- 9,1	0	- 7,7	0,1	- 6,6
1100	500	700	0,1	-12,8	0,4	-10,1	0,8	- 8,5
1500	600	900	0,3	-14,6	0,8	-11,2	1,3	- 9,5
1900	700	1100	0,5	-15,9	1,2	-12,1	1,9	-10,4
2600	1400	1800	3,4	-19,0	4,9	-15,6	5,9	-14,1
3500	2000	2500	6,8	-22,6	8,8	-19,5	10,0	-18,4
5000	2000	3000	7,3	-24,4	9,5	-21,2	10,4	-19,2

kans van 3% wil zeggen dat in 3% van het gebied de gemiddelde grondwaterstandsdiepte $\bar{h}^* = \frac{1}{2} (h_{\text{winter}}^* + h_{\text{zomer}}^*)$ kleiner is dan $\frac{1}{2} (14 + 76) = 45$ cm.

4.3.3. Vergelijking rekenmethoden

Op 3 manieren is nu de grondwaterstandsverlaging berekend:

1. via de formules (12) en (13) met constante γ_e ;
2. via de formules (12) en (13) met γ_e (zomer) en γ_e ('winter') en
3. via de differentiemethode met continu variabele $\gamma_e(h)$.

Vergelijking van de resultaten van deze methoden voor de van boven naar onder genummerde vier situaties S_1 tot en met S_4 uit fig. 10 geeft het volgende beeld (tabel 2).

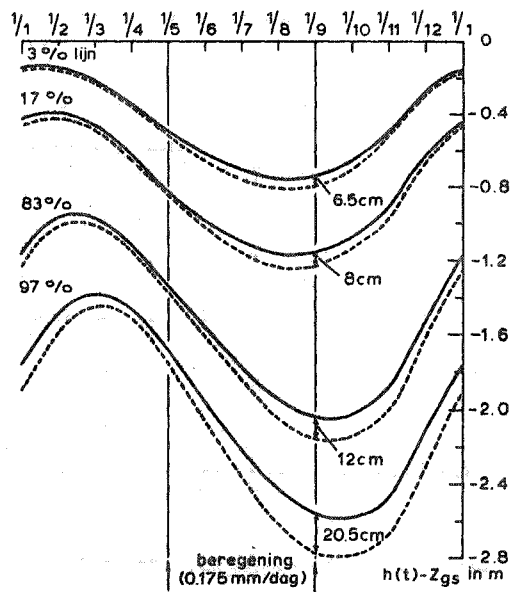


Fig. 10. Berekend grondwaterstandsverloop zonder grondwateronttrekking (getrokken lijnen) en met onttrekking (onderbroken lijnen) voor een gebied in Noord-Brabant. $U_d = 0,175$ mm/dag

Tabel 2. Drie methoden voor het berekenen van de grondwaterstandsverlaging. Getabelleerd zijn de resultaten in cm aan begin (I) en eind (II) van de beregeningsperiode na het instellen van het evenwicht. $U_d = 0,175$ mm/dag

Situatie	$\mu - \gamma_e$ (gemiddeld)	Methode 1		Methode 2		Methode 3	
		I	II	I	II	I	II
S ₁	0,10 - 220 dagen	0	- 3,8	0	- 7,0	0	- 6,5
S ₂	0,11 - 285 dagen	0	- 4,9	0	- 7,6	0	- 8
S ₃	0,135 - 700 dagen	0,7	- 9,0	0,3	-10,9	0,5	-12
S ₄	0,14 -2500 dagen	9,9	-19,7	8,4	-20,1	7	-20,5

Uit tabel 2 blijkt dat de resultaten van methode 2 (twee verschillende waarden van γ_e per jaar) al aardig overeenstemmen met die van methode 3. Bij een nog verdere opsplitsing van het jaar in perioden met constante γ_e zal de overeenkomst nog beter kunnen worden.

4.4. D r o g e j a r e n

In hoofdstuk 3.2 is het grondwaterstandsverloop in een situatie zonder onttrekking berekend bij diverse soorten jaren voor zowel lage als hoge gronden (fig. 8). Bij lage gronden blijkt het peilherstel na een droge zomer veel sneller te verlopen dan bij hoge gronden. Bij het onderzoeken van de gevolgen van berekening is het geval van een 90% droog jaar niet zo erg interessant, omdat er dan nauwelijks berekend wordt. Een 50% droog jaar geeft soortgelijke resultaten als in 4.3 voor S_1 en S_4 . In een 10% of 1,5% droog jaar ligt de grondwaterspiegel dieper en is γ dus groter en daarmee ook γ_e .

Daarom zijn zowel van hoge als voor lage gronden de volgende 2 situaties doorgerekend met continu variabele γ_e :

1. Twee opeenvolgende 10% droge jaren
2. Een 1,5% droog jaar, gevolgd door een 50% droog jaar

Voor het percentage berekend oppervlak werden achtereenvolgens 4 waarden ingevoerd: 0% (geen berekening), 10%, 30% en 70%. De resultaten zijn weergegeven in de fig. 11 tot en met 16. De huidige toestand komt ongeveer overeen met $b = 10\%$.

Ad 1. Bij lage zandgronden wordt de grondwaterstandsverlaging grotendeels goedge maakt voor het begin van de beregeningsperiode in het volgende jaar, zelfs bij $b = 70\%$. In een 50% droog jaar had γ_e in ons voorbeeld een gemiddelde zomerwaarde van 425 dagen, maar in een 10% droog jaar is dat hier ca. 700 dagen. De voor respectievelijk $b = 10\%$, 30% en 70% berekende waarden (9,5 cm - 30 cm - 75 cm) van de grondwaterstandsverlaging aan het eind van de beregeningsperiode stemmen dan ook aardig overeen met de resultaten van formule 12 voor γ_e (zomer) = 700 dagen, te weten 10 cm, 30 cm en 70 cm.

Bij hoge zandgronden treedt geen volledig herstel op. Hiermee is bij het opstellen van de beginvoorwaarden rekening gehouden. De voorgeschiedenis gaat nu een rol van betekenis vervullen. In het tweede jaar is de gemiddelde waarde van γ_e zowel in de zomer als in de herstelperiode groter dan in de corresponderende tijdvakken van het jaar tevoren. Bovendien verloopt het herstel door de toename van γ_e nog trager.

Ad 2. Bij lage zandgronden zal het effect van berekening in een 1,5% droog jaar op het grondwaterstandspeil op het begintijdstip van de berekening in het volgende (50% droog) jaar variëren van miniem (bij $b = 10\%$) via enkele centimeters (bij $b = 30\%$) tot enige decimeters verlaging bij $b = 70\%$. De relatief grote resterende verlaging bij $b = 70\%$ wordt veroorzaakt door het feit dat de grondwaterspiegel door het grote percentage beregend oppervlak en de extreme droogte van het 1e jaar veel dieper is komen te liggen, waardoor γ_e sterk is toegenomen en het peilherstel veel trager verloopt. De aan het begin van de beregeningsperiode in het 2e jaar bereikte verlagingen kunnen tijdens die beregeningsperiode nog iets aangroeien, maar zij alle zijn daarna bij het eind van dat 2e jaar grotendeels goedgemaakt. Het effect van de berekening in het extreem droge jaar is na verloop van bijna 2 jaren dus nauwelijks meer merkbaar.

Bij hoge zandgronden werkt berekening in een 1,5% droog jaar veel langer door. De aan het eind van de beregeningsperiode in het 1,5% droog jaar bereikte, grote grondwaterstandsverlagingen zijn ruim één jaar later, bij het afsluiten van het volgende (50% droog) jaar, blijkens de gekozen voorbeelden slechts ongeveer 10% (bij $b = 70\%$) tot ca. 30% (bij $b = 10\%$) afgenomen.

Uit de fig. 10 tot en met 16 is de volgende tabel af te leiden.

Tabel 3. Grondwaterstandsverlagingen (in cm) tengevolge van onttrekking voor beregening, afhankelijk van de droogte van twee opeenvolgende jaren en het percentage beregend oppervlak voor hoge en lage zandgronden

Droogte van			Percentage beregend oppervlak	Lage zandgronden				Hoge zandgronden			
jaar I	jaar II	jaar I		jaar II	1 mei I	1 sept. I	1 mei II	1 sept. II	1 mei I	1 sept. I	1 mei II
50	%	50%	10%	0	2	0	2	2,5	6,5	2,5	6,5
			30%	0	6,5	0	6,5	7	20,5	7	20,5
			70%	0	16	0	16	20	47	20	47

10	%	10%	10%	0	9,5	0	9,5	3	17	11	23
			30%	0	30	0,5	30	9	50	32	69
			70%	0	74	1,5	74,5	21	124	79	167

1,5%		50%	10%	0	17	0,5	3	3	31	23,5	26
			30%	0	59	1,5	8	9	91	75	82
			70%	0	163	19	26	21	214	190	210

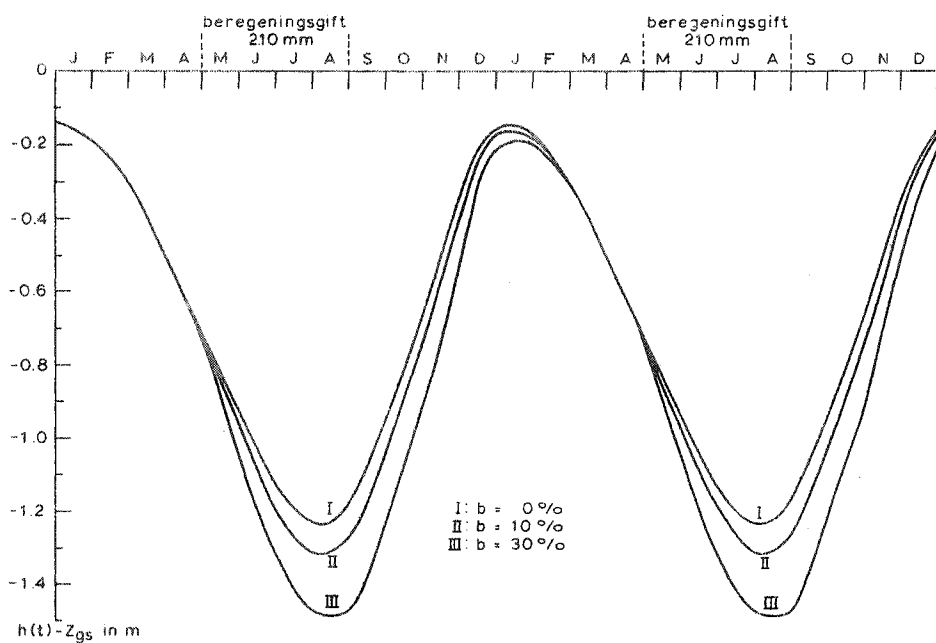


Fig. 11. Berekend grondwaterstandsverloop voor lage zandgronden voor twee opeenvolgende 10% droge jaren bij verschillende waarden voor het percentage berekend oppervlak

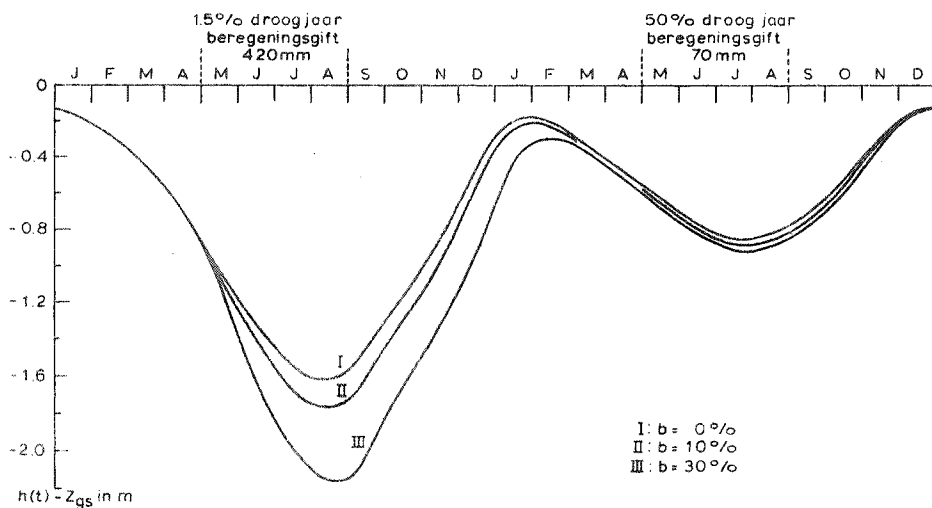


Fig. 12. Berekend grondwaterstandsverloop voor lage zandgronden voor een 1,5% droog jaar, gevolgd door een 50% droog jaar bij verschillende waarden voor het percentage berekend oppervlak

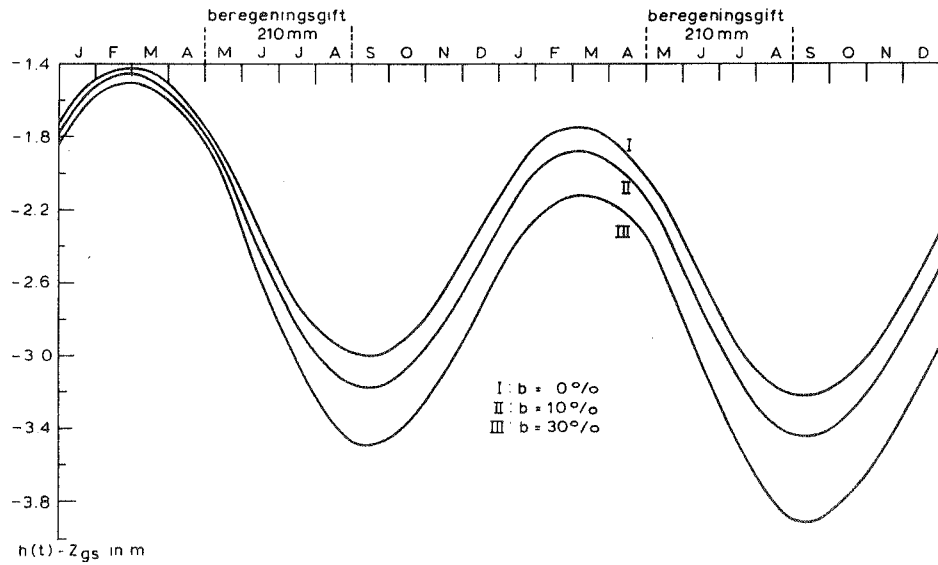


Fig. 13. Berekend grondwaterstandsverloop voor hoge zandgronden voor twee opeenvolgende 10% droog jaren bij verschillende waarden voor het percentage beregend oppervlak

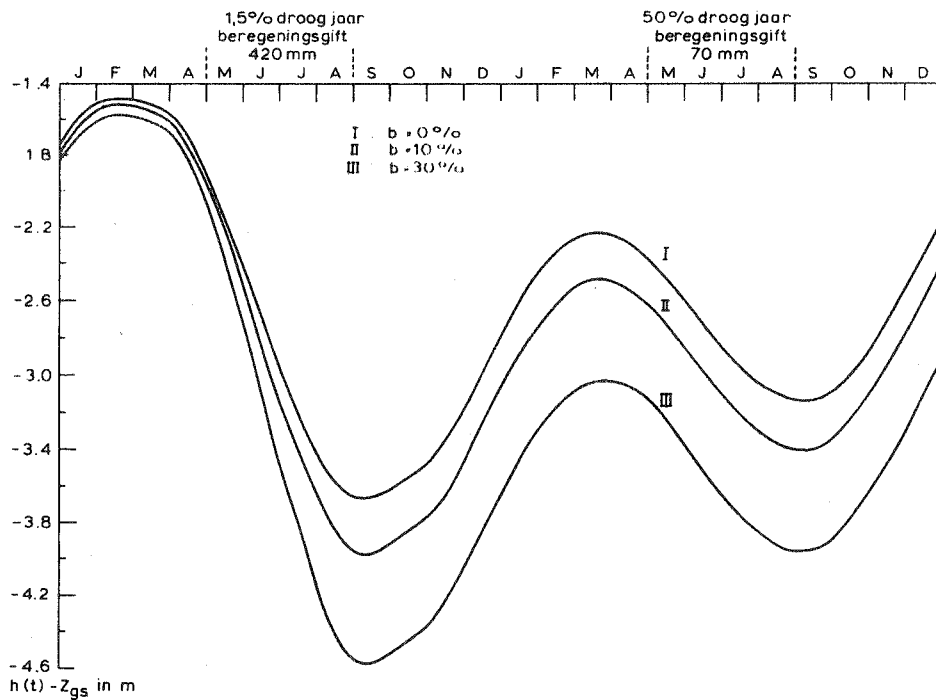


Fig. 14. Berekend grondwaterstandsverloop voor hoge zandgronden voor een 1,5% droog jaar, gevolgd door een 50% droog jaar bij verschillende waarden voor het percentage beregend oppervlak

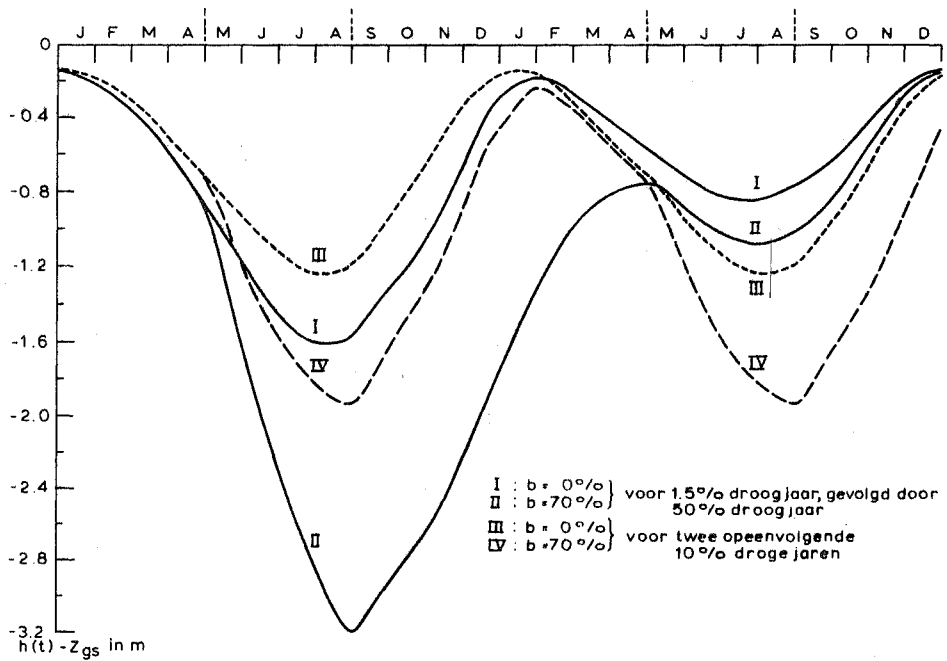


Fig. 15. Berekend grondwaterstandsverloop voor lage zandgronden voor twee combinaties van twee opeenvolgende jaren bij 70% beregend oppervlak

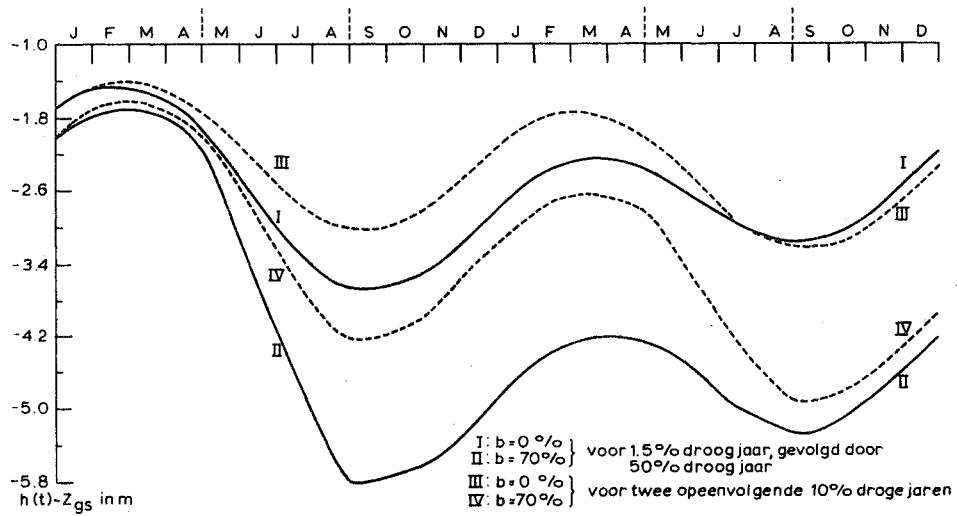


Fig. 16. Berekend grondwaterstandsverloop voor hoge zandgronden voor twee combinaties van twee opeenvolgende jaren bij 70% beregend oppervlak

5. NIET-DIFFUSE ONTTREKKING IN EEN HOMOGEEN PAKKET

In dit hoofdstuk behandelen wij summier de theorie van de niet-stationaire grondwaterbeweging bij een constante wateronttrekking aan een diepe put. Het continu oppompen van water veroorzaakt een in een trechtervorm dalende grondwaterspiegel.

5.1. Oneindig voedingsgebied

Voor de niet-stationaire grondwaterbeweging in een homogeen pakket geldt in poolcoördinaten de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{\delta^2 h}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta h}{\delta r} = \frac{\mu}{kD} \frac{\delta h}{\delta t}$$

Uitgaande van een horizontale begintoestand ($h = 0$ voor $t = 0$ en $0 < r < \infty$) en een oneindig groot voedingsgebied ($h = 0$ voor $t \geq 0$ en $r = \infty$) geldt voor de grondwaterstandsverlaging $h(r,t)$ dan de formule van Theis (zie ERNST, 1967):

$$h(r,t) = - \frac{Q}{4\pi kD} \int_{w = \frac{\mu r^2}{4kDt}}^{w=\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw =$$

$$= (0,5772 + \ln u - u + \frac{u^2}{2.2!} - \frac{u^3}{3.3!} + \dots) \times \frac{Q}{4\pi kD} \quad (15)$$

$$\text{met } u = \frac{\mu r^2}{4kDt}$$

Hierbij is Q het (negatief gerekende) constante debiet van de pompput en r de afstand tot het onttrekkingspunt.

Uit $u = \frac{\mu r^2}{4kDt}$ volgt dat u afneemt als t toeneemt. Voor grote waarden van t en/of kleine waarden van r mogen de termen na $\ln u$ in het eerste lid van formule (15) daarom worden verwaarloosd. Voor $u < 0,01$ geldt derhalve: $h(r,t) \approx \frac{Q}{4\pi kD} (0,5772 + \ln \frac{\mu r^2}{4kDt})$.

Bij vaste r geldt in dat geval dat de grondwaterspiegel als functie van $\ln t$ éénparig daalt. Het grafisch uitzetten van $h(r,t)$ tegen de logaritme van t zou dan dus een rechte lijn opleveren.

Het verloop van de grondwaterstandsverlaging volgens formule (15) is weergegeven in fig. 17, met $\mu = 0,15$; $kD = 1500 \text{ m}^2/\text{dag}$ en $Q = -250 \text{ m}^3/\text{dag}$. Deze figuur geldt dus voor een nog iets grotere onttrekking dan die tijdens een 10% droog jaar, waarin $Q \approx -220 \text{ m}^3/\text{dag}$ (zie hfdst. 4.3.1).

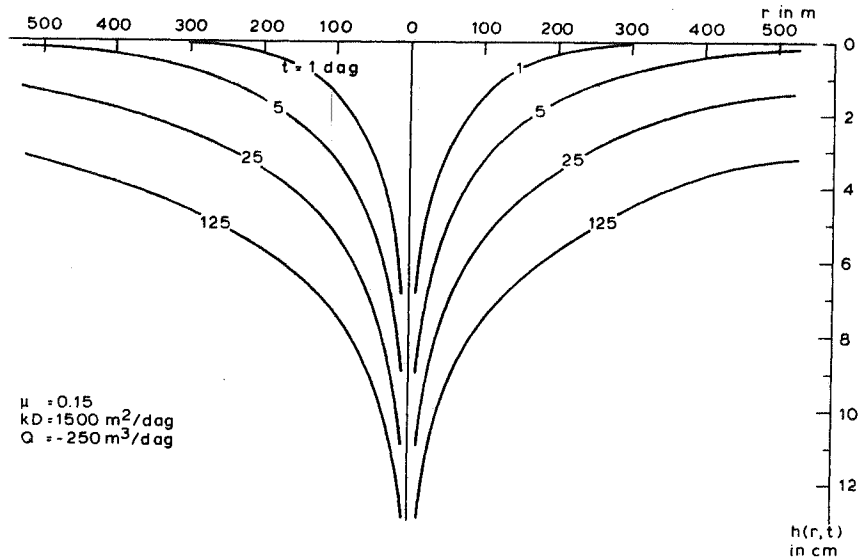


Fig. 17. De toenemende grondwaterstandsverlaging $h(r,t)$ bij constante onttrekking aan een diepe put met een oneindig groot voedingsgebied A

5.2. Eindig voedingsgebied

In werkelijkheid vindt de grondwateronttrekking voor beregening plaats door een vrij dicht net van putten. Elke put heeft daarom als voedingsgebied slechts een eindig groot gebied tot zijn beschikking. Bij onttrekking van een constante hoeveelheid water door een centrale put binnen een afgesloten cirkelvormig gebied met straal R geldt de formule van Muskat:

$$h(r,t) = \frac{Q}{2\pi kD} \left[\frac{3}{4} + \ln \frac{r}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{2kDt}{\mu R^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\alpha_n \frac{r}{R} \right) e^{-\alpha_n^2 \frac{kDt}{\mu R^2}}}{\alpha_n^2 J_0^2(\alpha_n)} \right] \quad (16)$$

Hierbij zijn α_n de in opklimmende grootte gerangschikte positieve wortels van J_p ; J_p is de Bessel-functie van de orde p.

Voor kleine waarden van t ($t \leq \frac{0,1 \mu R^2}{kD}$) blijkt uit formule (16) dat aan de rand van het gebied nog vrijwel geen verlaging is ontstaan, dus $h(R,t) \approx 0$. Dan is de waarde van R nog van geen invloed en mag formule (15) toegepast worden.

Voor grote waarden van t nadert de oneindige reeks tot nul. De vierde term tussen de rechte haken duidt op een éénparig dalende beweging voor deze waarden van t. Er geldt dan

$$h(r) - h(R) \approx \frac{-Q}{2\pi kD} \left[\ln \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right]$$

Voor $\mu = 0,15$; $kD = 1500 \text{ m}^2/\text{dag}$. $Q = -250 \text{ m}^3/\text{dag}$ en $A = 125 \text{ ha} = \pi R^2$, dus $R \approx 630 \text{ m}$ is $h(r,t)$ grafisch weergegeven in fig. 18. Door $\left(\frac{r}{R}\right)^2$ lineair langs de onderste as uit te zetten wordt een duidelijk beeld verkregen van de relatieve verdeling van de wateronttrekking.

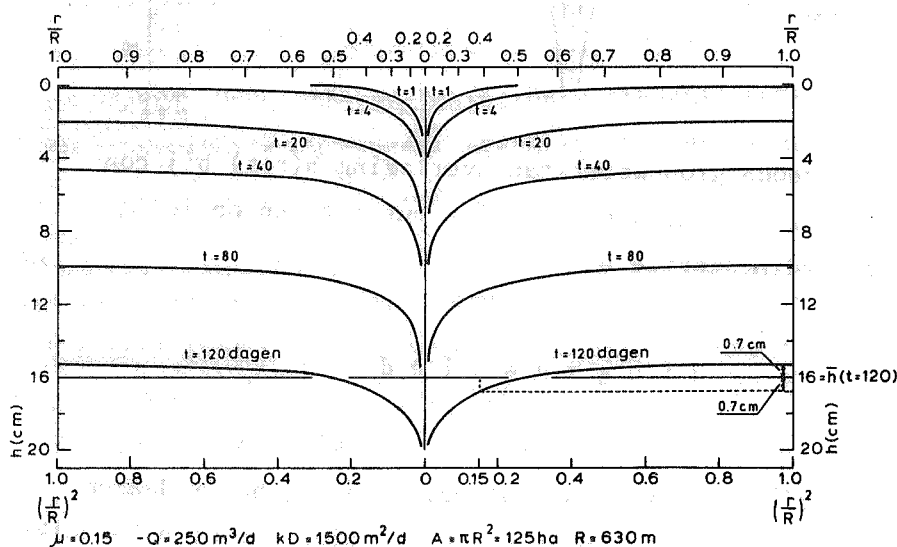


Fig. 18. De toenemende grondwaterstandsverlaging $h(r,t)$ bij constante onttrekking aan een diepe put met een eindig groot voedingsgebied A

De gemiddelde grondwaterstandsverlaging \bar{h} voldoet aan de vergelijking: $\mu \pi R^2 \bar{h} = -Qt$ dus $\bar{h}(t) = \frac{-Qt}{\mu \pi R^2}$. In ons rekenvoorbeeld geldt

\bar{h} (120 dagen) = 16 cm.

Als $r^2 = 0,15 R^2$ (dus $r \approx 0,4 R$), dan is $h(r) - h(R) \approx \frac{-Q}{2\pi kD} \times 0,5 \text{ m}$ (17)

en geldt: $h(r) - \bar{h} = \bar{h} - h(R) = \frac{1}{2}[h(r) - h(R)] \approx \frac{-Q}{2\pi kD} \times 0,25 \text{ m}$.

De uitkomst van vergelijking (17) is te verwaarlozen en de onttrekking is dus als diffuus te beschouwen indien $\frac{-Q}{2\pi kD} \times 0,5 < 0,025 \text{ m}$, dat wil zeggen als $\frac{-Q}{kD} < 0,3 \text{ m}$.

Aan deze voorwaarde is in ons voorbeeld voldaan, want $\frac{-Q}{kD} = 0,17 \text{ m}$. Wanneer de oneindige reeks uit vergelijking (16) geheel mag worden verwaarloosd dan volgt voor $kD = 1500 \text{ m}^2/\text{dag}$ en $Q = -250 \text{ m}^3/\text{dag}$ dat $h(r) - \bar{h} = \bar{h} - h(R) = 0,7 \text{ cm}$. Voor 85% van het gebied geldt dus dat de afwijking van het gemiddelde maximaal 0,7 cm bedraagt. Derhalve blijkt de trechtervorm weinig belangrijk te zijn.

Uitgaande van een huidig maximum in Noord-Brabant van $-350 \text{ m}^3/\text{dag}$ voor de gemiddelde waarde van Q over het groeiseizoen, betekent de uitkomst van vergelijking (17) dat voor $kD \geq 1200 \text{ m}^2/\text{dag}$ de gemiddelde grondwateronttrekking voor berekening in ieder willekeurig jaar redelijk als diffuus kan worden benaderd.

Voor $kD < 1200 \text{ m}^2/\text{dag}$ geldt dit dus alleen nog indien $\frac{-Q}{kD} < 0,3 \text{ m}$.

6. DRINKWATERWINNING UIT EEN TWEE-LAGEN PAKKET

6.1. A l g e m e e n

Voor de drinkwatervoorziening worden gedurende het gehele jaar grote, nauwelijks seizoensafhankelijke hoeveelheden diep grondwater onttrokken. Dit veroorzaakt in de grondwaterstand grote trechtervormige verlagingen, die bij het centrum van de onttrekking enkele meters kunnen bedragen en zich vrij ver kunnen uitstrekken, zeker in het geval van grote waterwinplaatsen.

Om de grondwaterstandsveranderingen te kunnen onderzoeken is kennis nodig van de geo-hydrologische toestand van de ondergrond en is het van belang te weten in welke watervoerende laag de onttrekking plaats vindt. Bij onttrekking onder een slecht doorlatende laag krijgt de verlaging een veel vlakker verloop.

In dit hoofdstuk behandelen wij de onttrekking van grondwater uit een twee-lagen pakket, bestaande uit een deklaag (waarin het freatisch oppervlak), één watervoerende laag (diep grondwater) en daaronder een vrijwel ondoorlatende basis. Deze situatie komt onder andere voor in de Peelhorst en sommige gedeelten van de Slenk van Venlo.

In de Centrale Slenk in oostelijk Noord-Brabant zijn onder de deklaag (met daarin het freatisch oppervlak) twee watervoerende lagen aanwezig, welke worden gescheiden door een slecht doorlatende laag. Het geheel rust op een vrijwel ondoorlatende basis. Dit geval van een vier-lagen pakket wordt behandeld in hoofdstuk 7.

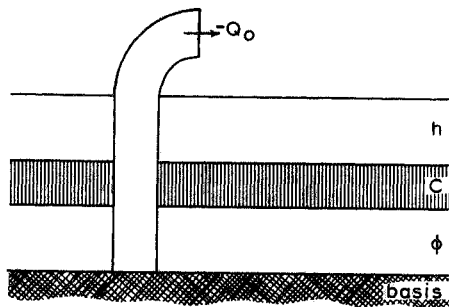
6.2. T h e o r i e

De stijghoogteveranderingen van het diepe water ϕ en het freatisch water h voldoen in de hieronder schematisch weergegeven 2-lagen situatie aan de volgende vergelijkingen (ERNST, 1971):

$$kD\left(\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr}\right) = \frac{\phi - h}{c} \quad (18)$$

$$\frac{\phi - h}{c} = \frac{h}{\gamma_e} \quad \text{oftewel} \quad h = \frac{\gamma_e}{\gamma_e + c} \phi \quad (19)$$

Hierbij geldt: kD = doorlaatvermogen van de watervoerende laag
 c = verticale weerstand van de deklaag
 γ_e = effectieve drainageweerstand (zie hfdst. 3.1 sub b)
 r = afstand tot de enkelvoudige verticale put



Uit de vergelijkingen (18) en (19) volgt dat:

$$kD \left(\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{\phi}{c + \gamma_e} \quad (20)$$

De algemene oplossing van vergelijking (20) is een lineaire combinatie van de gemodificeerde Bessel-functies K_0 en I_0 van de orde nul:

$$\phi(r) = B K_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right) + C I_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right) \quad (21)$$

$$\text{met } \lambda = \sqrt{kD(c + \gamma_e)} \quad (21a)$$

Er zijn twee randvoorwaarden nodig om de constanten B en C te kunnen bepalen.

Bij een oneindig groot voedingsgebied geldt $\phi(r) = 0$ voor $r = \infty$ en daaruit volgt dat $C = 0$. Bovendien moet gelden:

$\lim_{r \rightarrow 0} Q(r) = \lim_{r \rightarrow 0} -2\pi r kD \frac{d\phi}{dr} = Q_0$. In de praktijk is de diameter van de put klein ten opzichte van λ , waardoor deze laatste voorwaarde uitmondt in $B = \frac{Q_0}{2\pi kD}$. De oplossing van vergelijking (21) luidt in dit geval:

$$\phi(r) = \frac{Q_0}{2\pi kD} K_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right) \quad (22)$$

Bij een eindig groot voedingsgebied met straal R is de ene randvoorwaarde: $(\frac{d\phi}{dr})_{r=R} = 0$. Daaruit volgt: $C = B \frac{K_1(R/\lambda)}{I_1(R/\lambda)}$. Via de andere randvoorwaarde wordt opnieuw gevonden dat $B = \frac{Q_0}{2\pi kD}$. Nu ziet de oplossing er dus als volgt uit:

$$\hat{\phi}(r) = \frac{Q_0}{2\pi kD} \left[K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \frac{K_1\left(\frac{R}{\lambda}\right)}{I_1\left(\frac{R}{\lambda}\right)} \right] \quad (23)$$

Hierbij zijn K_1 en I_1 gemodificeerde Bessel-functies van de eerste orde. Om de met formules (19) en (23) te verkrijgen oplossingen gemakkelijk van de andere oplossingen te onderscheiden worden deze aangeduid door $\hat{\phi}$ en \hat{h} . Op de rand van het voedingsgebied geldt (door substitutie van $r = R$ in formule (23) en de eigenschappen van Bessel-functies): $\hat{\phi}(R) = \frac{Q_0}{2\pi kD} \times \frac{1}{\frac{R}{\lambda} I_1\left(\frac{R}{\lambda}\right)}$.

Voor kleine waarden van x geldt: $K_0(x) \approx \ln \frac{1,123}{x}$; $I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4}$; $K_1(x) \approx \frac{1}{x}$ en $I_1(x) \approx \frac{x}{2}$. Voor grote waarden van x geldt: $K_0(x) \rightarrow 0$; $I_0(x) \rightarrow \infty$; $K_1(x) \rightarrow 0$ en $I_1(x) \rightarrow \infty$. Bij differentiëren gelden de formules: $\frac{dK_0(x)}{dx} = -K_1(x)$ en $\frac{dI_0(x)}{dx} = I_1(x)$. Voor nadere bijzonderheden en tabellen van deze Bessel-functies, zie Verslagen en Mededelingen nr 10, Commissie Hydrologisch Onderzoek TNO.

6.3. B e r e k e n i n g e n

Voor het berekenen van de stijghoogteveranderingen moeten waarden worden ingevoerd voor Q_0 , kD , c , γ_e en eventueel R .

1. De onttrekking Q_0 varieert in Noord-Brabant per winplaats van -2 miljoen m^3 /jaar tot -20 miljoen m^3 /jaar met een gemiddelde van ongeveer -7 miljoen m^3 /jaar. Het is overigens duidelijk dat $\phi(r)$ en $h(r)$ lineair afhankelijk zijn van Q_0 .
2. Het doorlaatvermogen kD kan uiteenlopen van 500 m^2 /dag tot 2500 m^2 /dag.
3. Als wij γ_e en c samen verdisconteren in de totale weerstand

$c_1 = c + \gamma_e$ zal c_1 kunnen liggen tussen 300 dagen en 3000 dagen.

4. In het oostelijk deel van Noord-Brabant in een gebied met een oppervlakte van ca. 2000 km^2 bevinden zich ongeveer 20 pompstations van waterleidingbedrijven, zodat het gemiddelde voedingsgebied $A = \pi R^2 \approx 100 \text{ km}^2 = 10\,000 \text{ ha}$ (COGROWA, 1978).

In fig. 19 is met dubbel logaritmisch assenstelsel een grafische voorstelling van de stijghoogteverlagingen $-\phi(r)$ en $-h(r)$ gegeven voor de situatie gekarakteriseerd door $Q_0 = -8$ miljoen m^3/jaar , $kD = 1500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $c = 300$ dagen en $\gamma_e = 900$ dagen (dus $c_1 = 1200$ dagen).

Voor verschillende andere combinaties van kD en c_1 zijn eveneens met behulp van formule (22) de resultaten voor $-\phi(r)$ weergegeven in de fig. 20a tot en met 20e.

In werkelijkheid bestaat elke waterwinplaats uit verscheidene putten, zodat de erg grote verlagingen dicht bij het onttrekkingscentrum niet reëel zijn. Naast het berekende verloop is daarom als voorbeeld in fig. 19 ook een weergave te vinden van het 'werkelijke' verloop, dat is verkregen door de optelling van 5 kleinere trechters, veroorzaakt door 5 putten binnen een straal van 500 m van het denkbeeldige centrum (de totale onttrekking blijft overigens ongewijzigd). Het verschil tussen berekend en 'werkelijk' verloop is al klein vanaf $r \approx 500 \text{ m}$ en verwaarloosbaar voor $r \geq 1000 \text{ m}$. Stellen wij de grootte van het waterwingebied op $A = 10\,000 \text{ ha}$, dan is bovengenoemd verschil dus al klein voor 99% van het gebied en verwaarloosbaar voor 97% van het gebied. Bij kleinere afstanden tussen de putten wordt het verschil met de winning door middel van een enkele put nog kleiner. Daarom wordt in het vervolg alleen $\phi(r)$ bij toepassing van de formule voor een enkelvoudige put uitgezet.

De fig. 19 en 20a tot en met 20e hebben betrekking op een oneindig groot voedingsgebied, want zij zijn ontstaan door toepassing van formule (22). Bij een eindig groot voedingsgebied moet eigenlijk formule (23) worden gebruikt. Voor $A = \pi R^2 = 10\,000 \text{ ha}$, dus $R \approx 5640 \text{ m}$ blijkt het verschil tussen toepassing van formule (22) en formule (23) vrij klein en alleen van belang aan de rand van het gebied, waar $\phi(r)$ doorgaans nog slechts enkele centimeters is. Dit wordt geïllus-

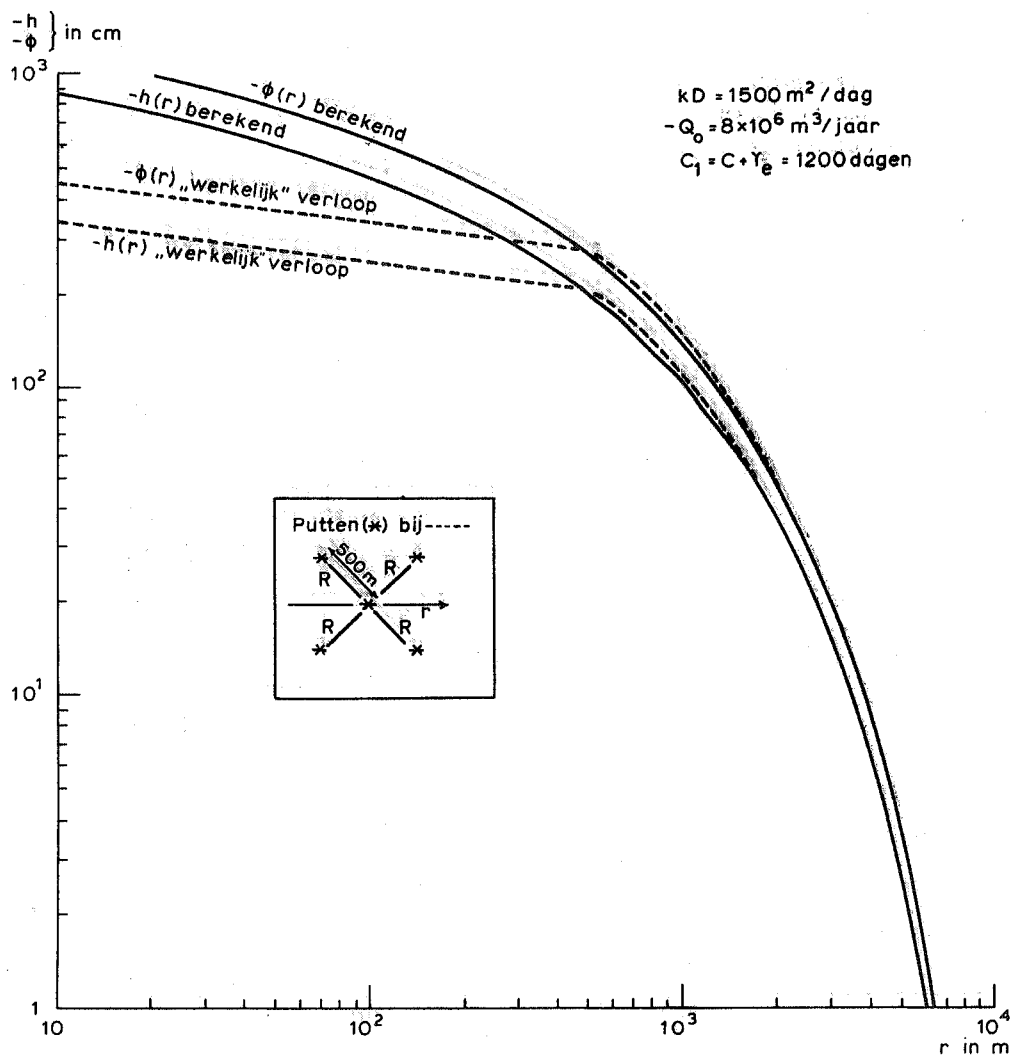


Fig. 19. Berekend en 'werkelijk' verloop van de stijghoogteverla-
 gingen voor het diepe water ϕ en het freatisch water h als
 functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking
 ($Q_0 = -8 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{jaar}$) bij $c_1 = 1200$ dagen en $kD = 1500$
 m^2/dag

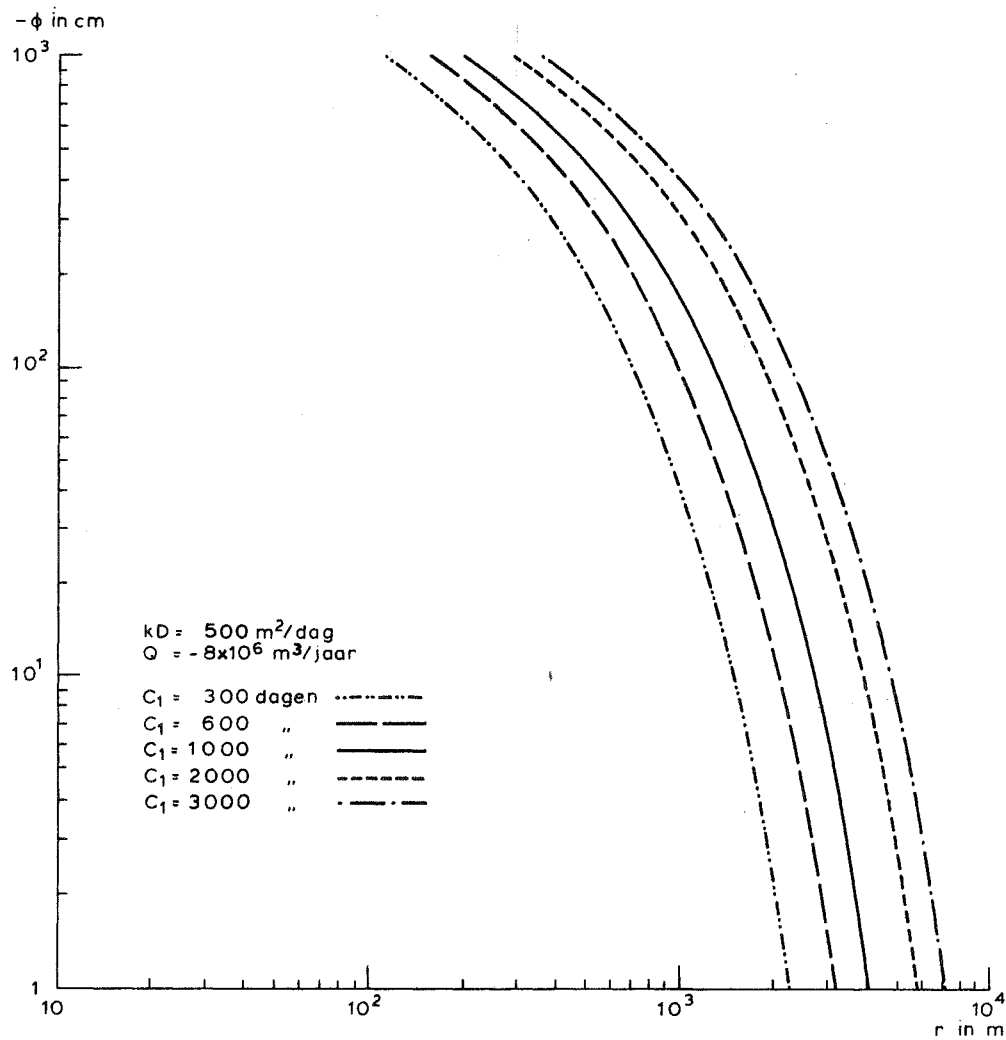


Fig. 20a. Berekend verloop van de stijghoogteverlaging van het diepe water ϕ als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = +8$ miljoen m^3/jaar) bij variabele c_1 en $kD = 500 \text{ m}^2/\text{dag}$

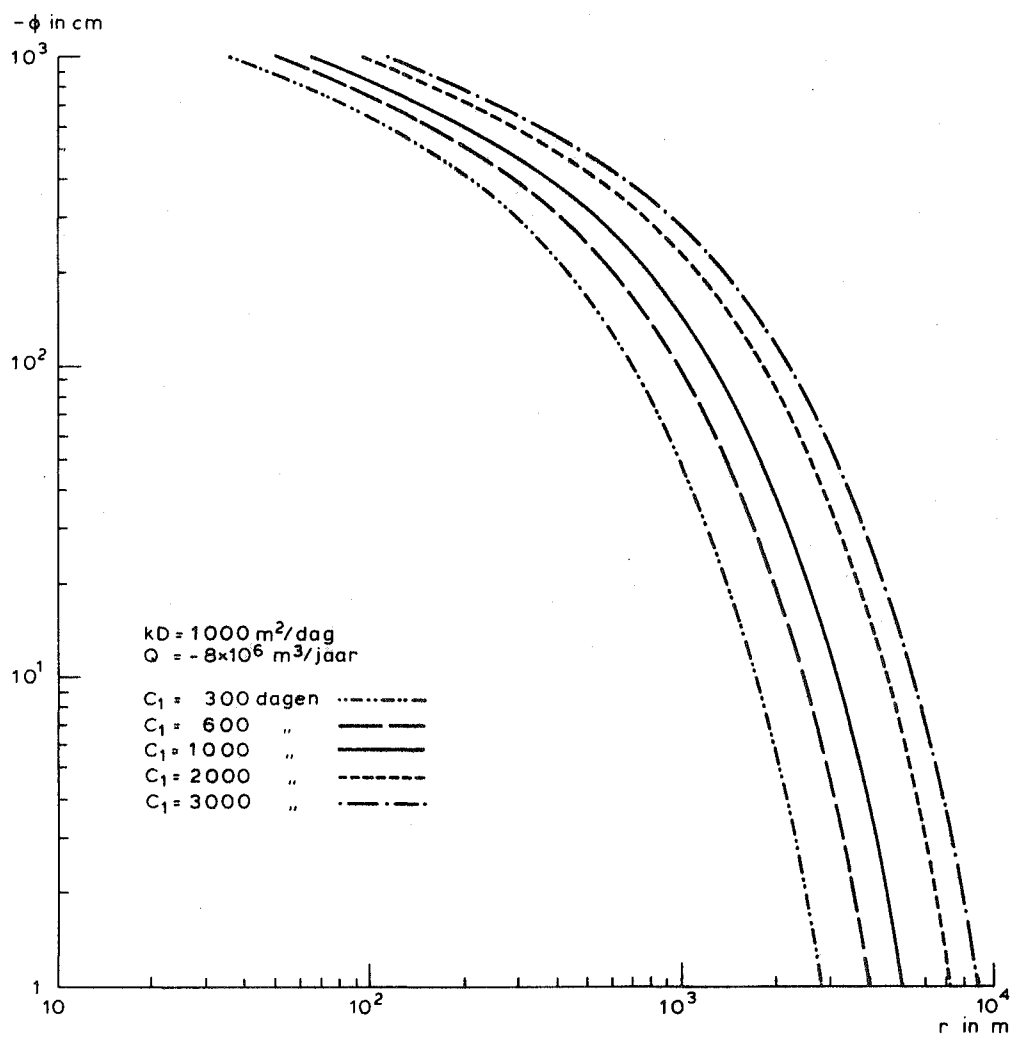


Fig. 20b. Berekend verloop van de stijghoogteverlaging van het diepe water ϕ als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_o = -8$ miljoen m^3/jaar) bij variabele c_1 en $kD = 1000 \text{ m}^2/\text{dag}$

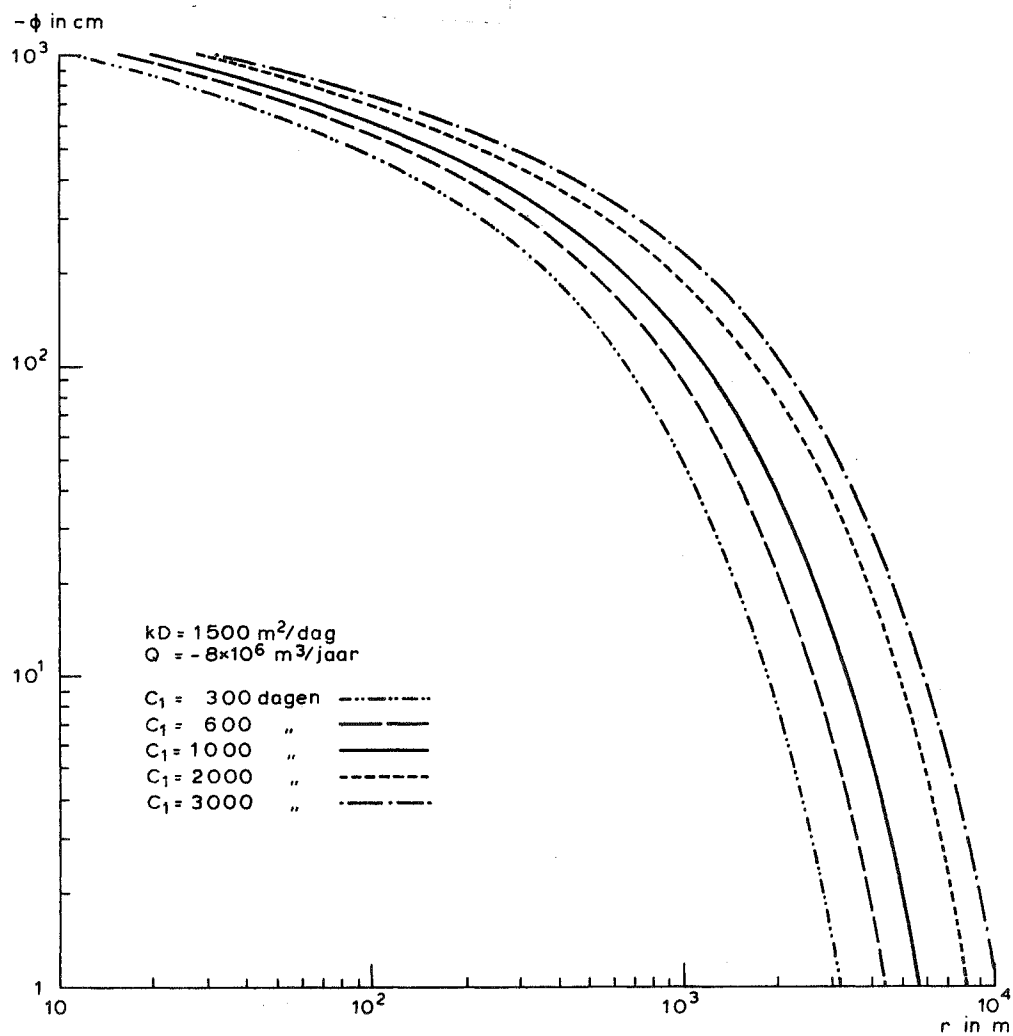


Fig. 20c. Berekend verloop van de stijghoogteverlaging van het diepe water ϕ als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_o = -8$ miljoen m^3/jaar) bij variabele c_1 en $kD = 1500 \text{ m}^2/\text{dag}$

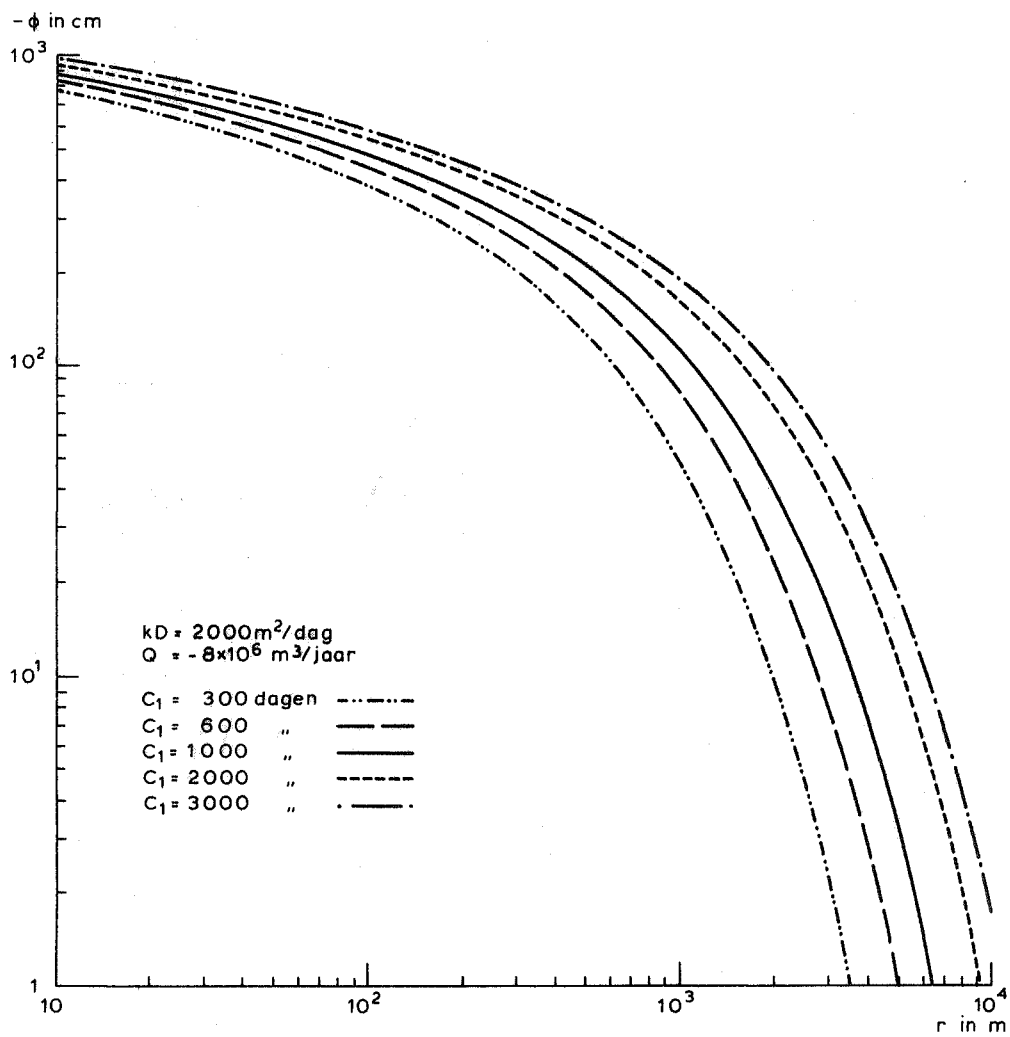


Fig. 20d. Berekend verloop van de stijghoogteverlaging van het diepe water ϕ als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_o = -8$ miljoen m^3/jaar) bij variabele c_1 en $kD = 2000 \text{ m}^2/\text{dag}$

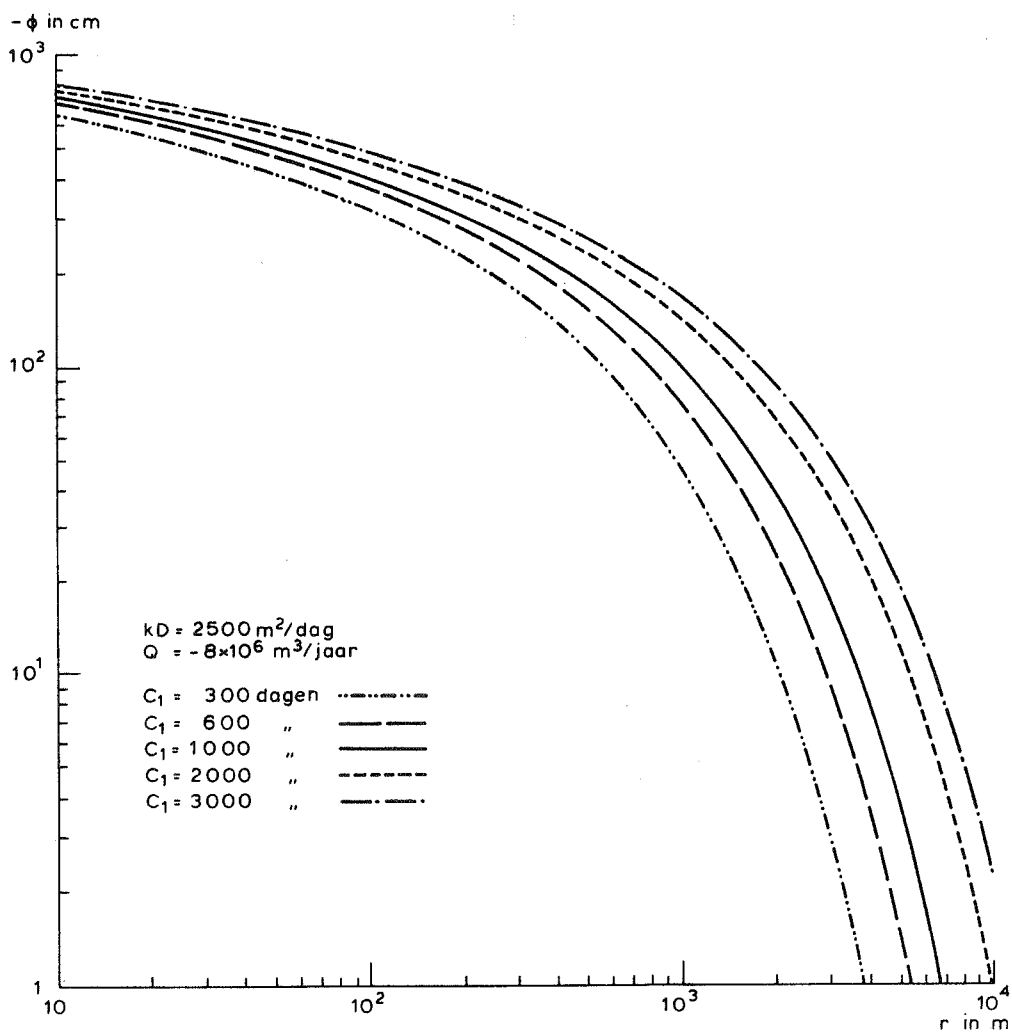


Fig. 20e. Berekend verloop van de stijghoogteverlaging van het diepe water ϕ als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_o = -8$ miljoen m³/jaar) bij variabele c_1 en $kD = 2500$ m²/dag

treerd door tabel 4, die geldt voor de situatie uit fig. 19, dus $Q_0 = -8$ miljoen m^3 /jaar, $kD = 1500 m^2$ /dag en $c_1 = 1200$ dagen.

Tabel 4. Vergelijking tussen stijghoogteverandering (in cm) van het diepe water volgens formule (22) en formule (23)

Afstand	Formule (22) $\phi(r)$	Formule (23) $\hat{\phi}(r)$
$r = 1000$ m	-143,1	-143,3
2000 m	- 50,2	- 50,5
3000 m	- 19,9	- 20,4
4000 m	- 8,2	- 9,1
5000 m	- 3,5	- 5,2
5640 m	- 2,1	- 4,7

Er geldt $f(r, \lambda) = \frac{\hat{\phi}(r)}{\phi(r)} = 1 + \frac{K_1(\frac{R}{\lambda}) I_0(\frac{r}{\lambda})}{I_1(\frac{R}{\lambda}) K_0(\frac{r}{\lambda})}$; $f(r, \lambda)$ is een mono-

toon stijgende functie van r en bereikt dus zijn maximum op de rand ($r = R$), waar $f(R, \lambda) = \frac{\hat{\phi}(R)}{\phi(R)} = \frac{1}{\frac{R}{\lambda} K_0(\frac{R}{\lambda}) I_1(\frac{R}{\lambda})}$.

Als functie van λ daalt $f(R, \lambda)$ monotoon naar 2 als $\lambda \rightarrow 0$ dus $\frac{R}{\lambda} \rightarrow \infty$. Indien $\lambda \ll R$ geldt dus: $\hat{\phi}(R) \approx 2\phi(R)$ en derhalve ook $\hat{h}(R) \approx 2h(R)$. Enkele voorbeelden van de waarde van $f(R, \lambda)$: 2,76 ($R = 2\lambda$); 2,30 ($R = 4\lambda$); 2,08 ($R = 10\lambda$).

Globaal genomen is de meestal geringe verlaging $\hat{\phi}(R)$ op de rand van het voedingsgebied dus toch ruim 2 keer zo groot als uit berekening van $\phi(R)$ met formule (22) zou volgen.

Beter nog dan uit de met formule (22) berekende fig. 20a tot en met 20e is daarom met behulp van formule (23) voor verschillende waarden van kD en c_1 een procentuele verdeling op te maken, welke aangeeft in hoeveel procent van het waterwingebied een bepaalde verlaging wordt overschreden. In tabel 5 geven wij 2 situaties als voor-

beeld:

situatie 1: $c = 300$ dagen, $\gamma_e = 700$ dagen dus $c_1 = 1000$ dagen en

$$\hat{h}(r) = 0,7 \hat{\phi}(r)$$

situatie 2: $c = 400$ dagen, $\gamma_e = 1600$ dagen dus $c_1 = 2000$ dagen en

$$\hat{h}(r) = 0,8 \hat{\phi}(r)$$

Tabel 5. Relatieve overschrijdingskans van verlaging van het freatisch vlak \hat{h} (in cm) tengevolge van drinkwaterwinning ($Q_0 = -8$ miljoen m^3 /jaar) uit een 2-lagen pakket

I: $\gamma_e = 700$ dagen; $c_1 = 1000$ dagen

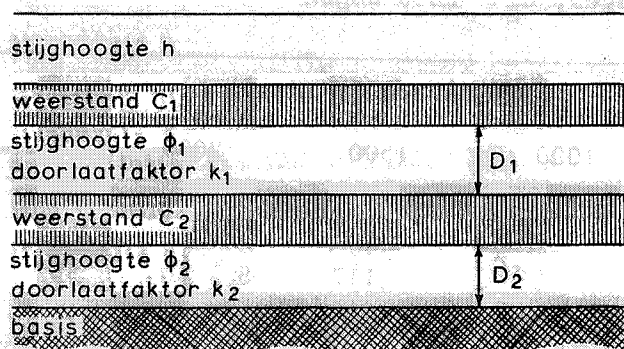
II: $\gamma_e = 1600$ dagen; $c_2 = 2000$ dagen

Relatieve overschrij- dingskans (%)	kD-waarde (m^2 /dag)									
	500		1000		1500		2000		2500	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
5	70	168	70	136	64	117	58	104	55	95
10	27	84	34	80	35	77	35	70	34	68
20	8,5	35	15	44	17	46	18	45	18	44
40	1,5	9,5	4	19	6	21	7,5	25	8	26
60	0,6	4,5	2	12	3,5	15	4,5	19	5,5	21
80	0,3	3	1,5	8	2,5	12	3,5	16	4,5	18
100	0,2	2,5	1	7	2	11,5	3	15	4	17,5

Voorbeeld: Voor $Q_0 = -8$ miljoen m^3 /jaar, $kD = 1500 m^2$ /dag, $\gamma_e = 700$ dagen en $c = 300$ dagen, dus $c_1 = 1000$ dagen krijgt 10% van het beschouwde waterwingebied een verlaging van het freatisch vlak van meer dan 35 cm.

7. DRINKWATERWINNING UIT EEN VIER-LAGEN PAKKET

In de hieronder geschetste situatie van een vier-lagen pakket vinden we twee watervoerende lagen, die in aanmerking kunnen komen voor onttrekking van grondwater ten behoeve van de drinkwatervoorziening. Daarbij bestaat in oostelijk Noord-Brabant de laatste jaren de tendens om grondwater uit de diepste laag te willen oppompen. Deze onderste watervoerende laag wordt overal in de Centrale Slenk afgedekt door een dikke, slechtdoorlatende laag met een verticale weerstand c_2 , die meestal ligt tussen 2000 en 15 000 dagen en in enkele gevallen nog aanzienlijk groter is.



7.1. Theorie

7.1.1. Onttrekking aan de bovenste watervoerende laag

Bij onttrekking aan de bovenste watervoerende laag voldoen de stijghoogteveranderingen h (freatisch water), ϕ_1 (1e watervoerende laag) en ϕ_2 (2e watervoerende laag) aan de volgende vergelijkingen (zie Verslagen en Mededelingen, nr 10, Commissie voor Hydrologisch Onderzoek TNO):

$$\frac{d^2 \phi_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_1}{dr} = \alpha_1 \phi_1 + \beta_1 (\phi_1 - \phi_2) \quad (24)$$

$$\frac{d^2 \phi_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_2}{dr} = \alpha_2 (\phi_2 - \phi_1) \quad (25)$$

$$h = \frac{\gamma_e}{c_1} \phi_1 \quad (26)$$

Hierbij is:

$$\alpha_1 = \frac{1}{k_1 D_1 c_1}; \alpha_2 = \frac{1}{k_2 D_2 c_2} \quad \text{en} \quad \beta_1 = \frac{1}{k_1 D_1 c_2} \quad (27)$$

In de weerstand c_1 is ook nu de effectieve drainageweerstand γ_e opgenomen.

Geïnspireerd door de oplossingen van soortgelijke differentiaalvergelijkingen in hoofdstuk 6 wordt in dit geval getracht een oplossing te vinden in de vorm van $\phi_i = B_i K_0(r/\lambda_1) + C_i K_0(r/\lambda_2)$ met $i = 1$ en $i = 2$ en speciaal gekozen waarden voor λ_1 en λ_2 . De constanten B_1 , B_2 , C_1 en C_2 kunnen uit de 4 randvoorwaarden worden bepaald. In dit geval luiden deze randvoorwaarden:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi_1(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \phi_2(r) = 0; \quad \lim_{r \rightarrow 0} Q_1(r) = \lim_{r \rightarrow 0} -2\pi k_1 D_1 r \frac{d\phi_1}{dr} = Q_0$$

$$\text{en} \quad \lim_{r \rightarrow 0} Q_2(r) = \lim_{r \rightarrow 0} -2\pi k_2 D_2 r \frac{d\phi_2}{dr} = 0$$

De uiteindelijke oplossing van de vergelijkingen (24) en (25) wordt dan:

$$\begin{aligned} \phi_1(r) = \frac{Q_0}{2\pi k_1 D_1} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \{ (\alpha_2 \lambda_1^2 - 1) \lambda_2^2 K_0(r/\lambda_1) - \\ - (\alpha_2 \lambda_2^2 - 1) \lambda_1^2 K_0(r/\lambda_2) \} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\phi_2(r) = \frac{Q_0}{2\pi k_1 D_1} \frac{\alpha_2 \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \{ K_0(r/\lambda_1) - K_0(r/\lambda_2) \} \quad (29)$$

$$\text{met} \quad \lambda_i^2 = \frac{2}{(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1) - (-1)^i \sqrt{(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1)^2 - 4\alpha_1 \alpha_2}} \quad \text{voor } i = 1 \text{ en } i = 2 \quad (30)$$

Uit vergelijking (30) volgt dat $\lambda_1 < \lambda_2$.

7.1.2. Onttrekking aan de onderste watervoerende laag

Bij onttrekking aan de onderste watervoerende laag blijven de vergelijkingen (24 t/m 26) ongewijzigd. Alleen 2 van de 4 randvoorwaarden zijn nu veranderd. Doordat de put nu in de onderste watervoerende laag is geplaatst, geldt: $\lim_{r \rightarrow 0} Q_1(r) = 0$ en $\lim_{r \rightarrow 0} Q_2(r) = Q_0$. De eerste twee randvoorwaarden blijven ongewijzigd:

$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi_1(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \phi_2(r) = 0$. Ditmaal ziet de oplossing er tenslotte als volgt uit:

$$\phi_1(r) = \frac{Q_0}{2\pi k_2 D_2} \frac{\beta_1 \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \{K_0(r/\lambda_1) - K_0(r/\lambda_2)\} \quad (31)$$

$$\phi_2(r) = \frac{Q_0}{2\pi k_2 D_2} \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \{ - (\alpha_2 \lambda_2^2 - 1) \lambda_1^2 K_0(r/\lambda_1) + (\alpha_2 \lambda_1^2 - 1) \lambda_2^2 K_0(r/\lambda_2) \} \quad (32)$$

Hierbij zijn α_1 , α_2 , β_1 , λ_1^2 en λ_2^2 als in 7.1.1, dus zie (27) en (30).

Er blijkt dat de oplossing voor ϕ_1 in dit geval gelijk is aan de oplossing voor ϕ_2 in het vorige geval.

7.2. B e r e k e n i n g e n

Uit de gegevens van de Dienst Grondwaterverkenning TNO is af te leiden dat de gemiddelde waarde van het doorlaatvermogen $k_1 D_1$ van de bovenste watervoerende laag van de Centrale Slenk op 2500 m²/dag kan worden gesteld. Over het doorlaatvermogen $k_2 D_2$ van de onderste watervoerende laag is minder bekend, maar de beschikbare pompproefresultaten wijzen in de richting van een gemiddelde waarde van ca. 1350 m²/dag.

7.2.1. Onttrekking aan de bovenste watervoerende laag

Voor $Q_0 = - 7,3$ miljoen m³/jaar, $k_1 D_1 = 2500$ m²/dag en $k_2 D_2 = 1350$ m²/dag zijn voor verschillende waarden van c_1 en c_2 de stijghoogteveranderingen ϕ_1 en ϕ_2 berekend tengevolge van onttrekking

aan de bovenste watervoerende laag. De resultaten zijn weergegeven in de fig. 21a tot en met 21c.

De invloed van c_2 op ϕ_1 en dus ook op h blijkt gering, zeker als c_1 relatief klein is ten opzichte van c_2 . De uitkomsten voor ϕ_1 komen dan ook goed overeen met de resultaten voor ϕ_1 uit hoofdstuk 6 met $kD = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$ en een ondoorlatende basis.

De stijghoogteveranderingen ϕ_2 zijn in de buurt van het centrum van de onttrekking geringer, maar vertonen een veel vlakker verloop dan ϕ_1 .

7.2.2. Onttrekking aan de onderste watervoerende laag

Met dezelfde waarden voor de in het geding zijnde parameters als in 7.2.1 zijn berekeningen uitgevoerd bij onttrekking aan de onderste watervoerende laag. De resultaten staan in de fig. 22a tot en met 22c.

De uitkomst voor ϕ_1 is gelijk aan die voor ϕ_2 in 7.2.1 en vertoont dus dezelfde eigenschappen. De invloed van c_1 op ϕ_2 is alleen van belang wanneer c_1 en c_2 van dezelfde grootte-orde zijn. Over het algemeen is c_1 echter (veel) kleiner dan c_2 en dan heeft de waarde van c_1 weinig invloed op de stijghoogteverandering in de onderste watervoerende laag. Opvallend is de mate van stijghoogteverandering ϕ_2 . Stellen wij $c_2 = 10\ 000$ dagen, dan zou volgens deze berekeningen binnen 5,6 kilometer van het centrum ϕ_2 overal meer dan een halve meter bedragen, ongeacht de waarde van c_1 .

En dan hebben wij bij de formules tot nu toe nog niet eens rekening gehouden met de eindige grootte van het voedingsgebied. Dan zullen deze verlagingen nog groter zijn.

7.2.3. Eindig groot voedingsgebied

Als $\phi_i(r) = B_i K_0(r/\lambda_1) + C_i K_0(r/\lambda_2)$ voor $i = 1$ en $i = 2$ de oplossingen zijn voor een oneindig groot voedingsgebied, dan zijn de oplossingen bij een eindig groot voedingsgebied (met straal R) naar analogie met hoofdstuk 6:

$$\hat{\phi}_i(r) = B_i K_0(r/\lambda_1) + C_i K_0(r/\lambda_2) + B_i \frac{K_1(R/\lambda_1)}{I_1(R/\lambda_1)} I_0(r/\lambda_1) + C_i \frac{K_1(R/\lambda_2)}{I_1(R/\lambda_2)} I_0(r/\lambda_2) \quad \text{voor } i = 1 \text{ en } i = 2 \quad (33)$$

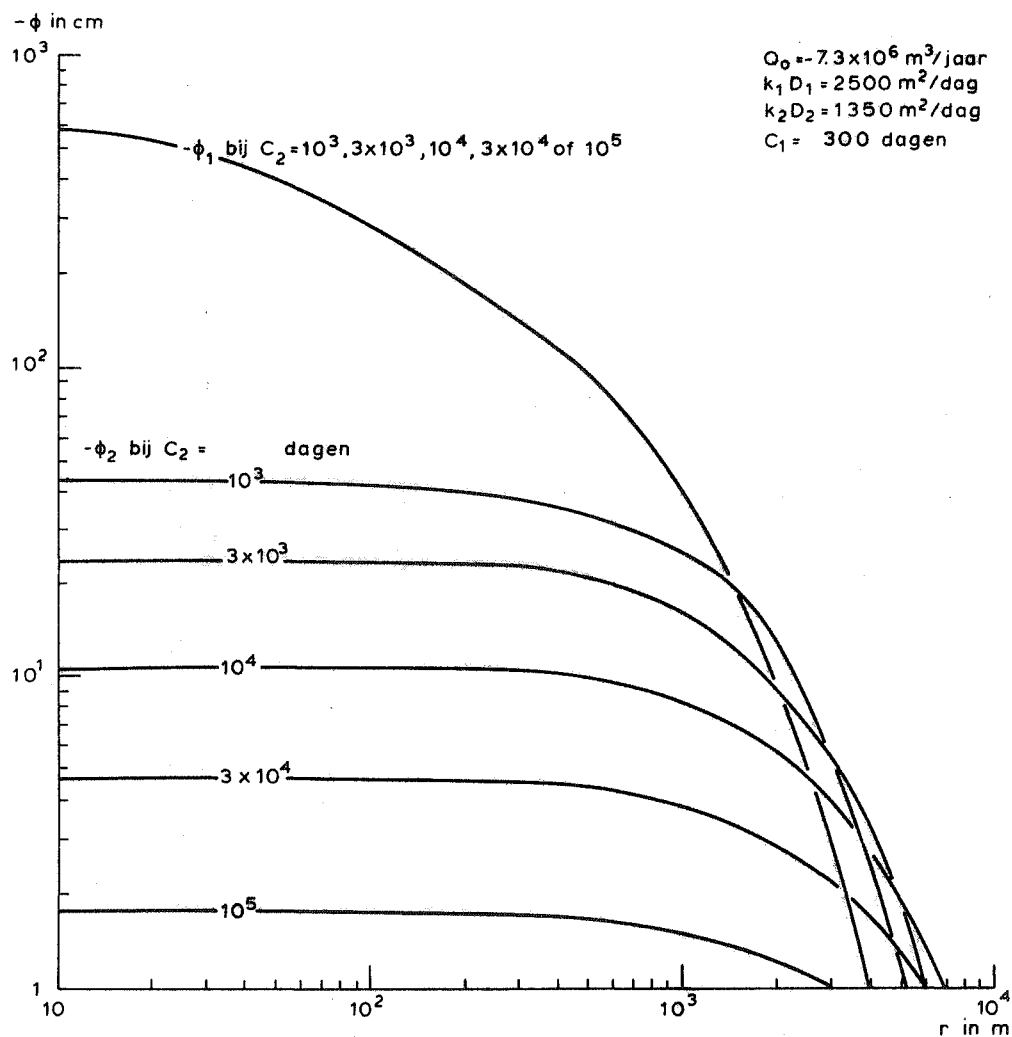


Fig. 21a. Stijfhoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de bovengestelde (1e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 300$ dagen

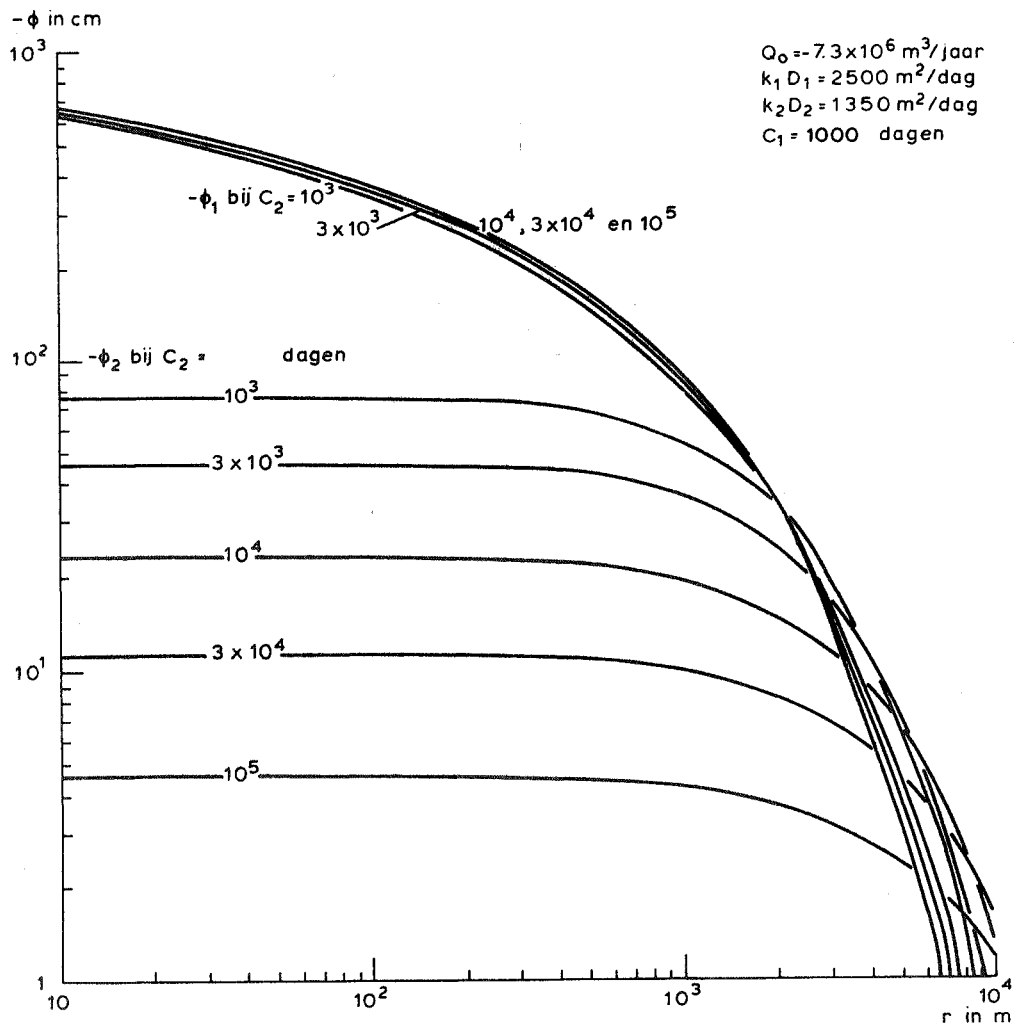


Fig. 21b. Stijghoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de bovengestelde (1e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 1000$ dagen

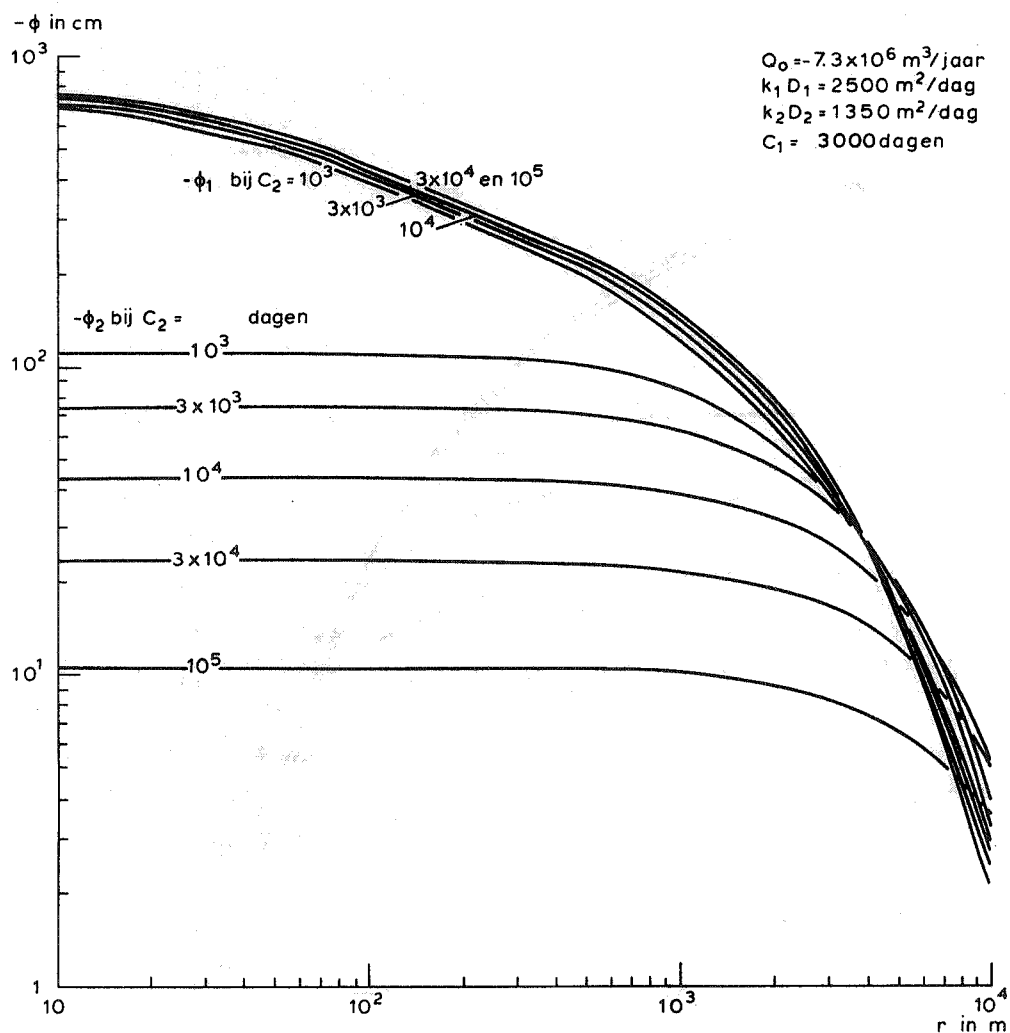


Fig. 21c. Stijghoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de bovengestelde (1e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 3000$ dagen

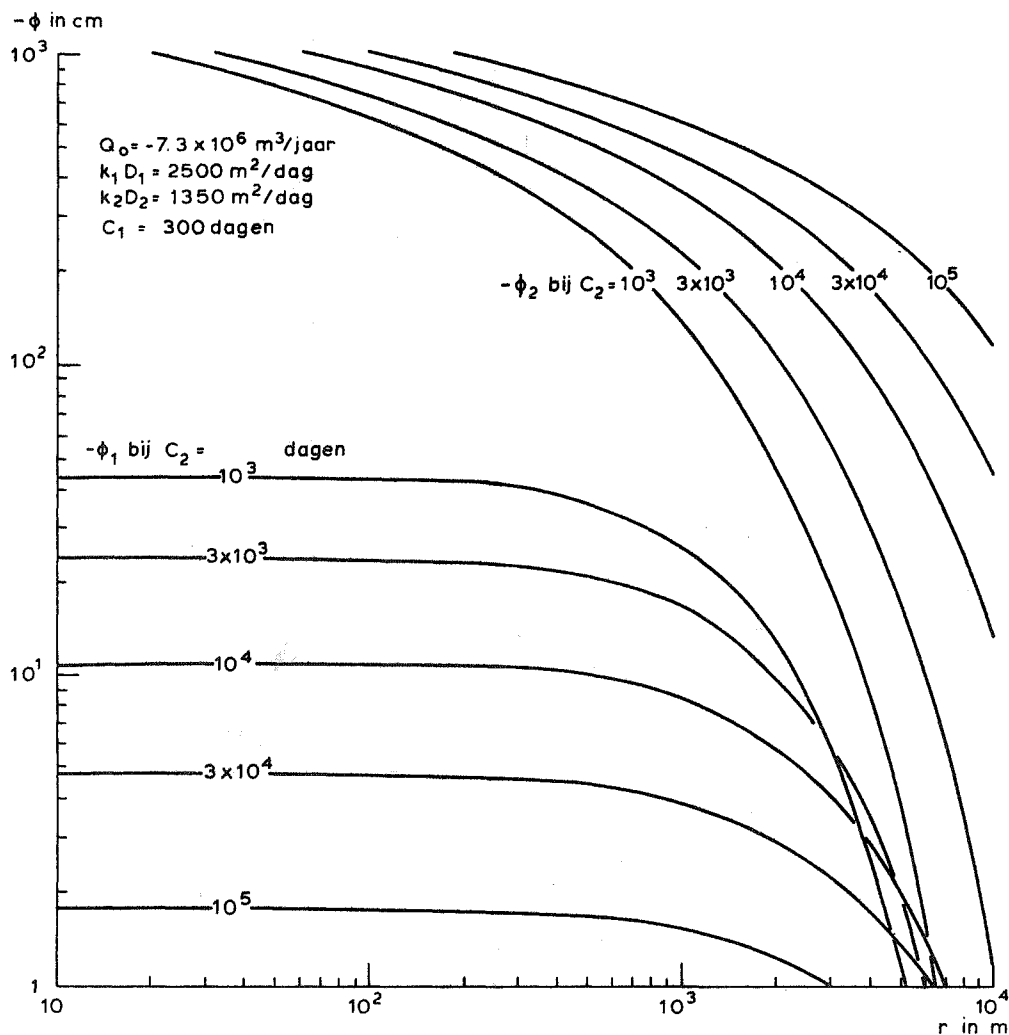


Fig. 22a. Stijghoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de onderste (2e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 300$ dagen

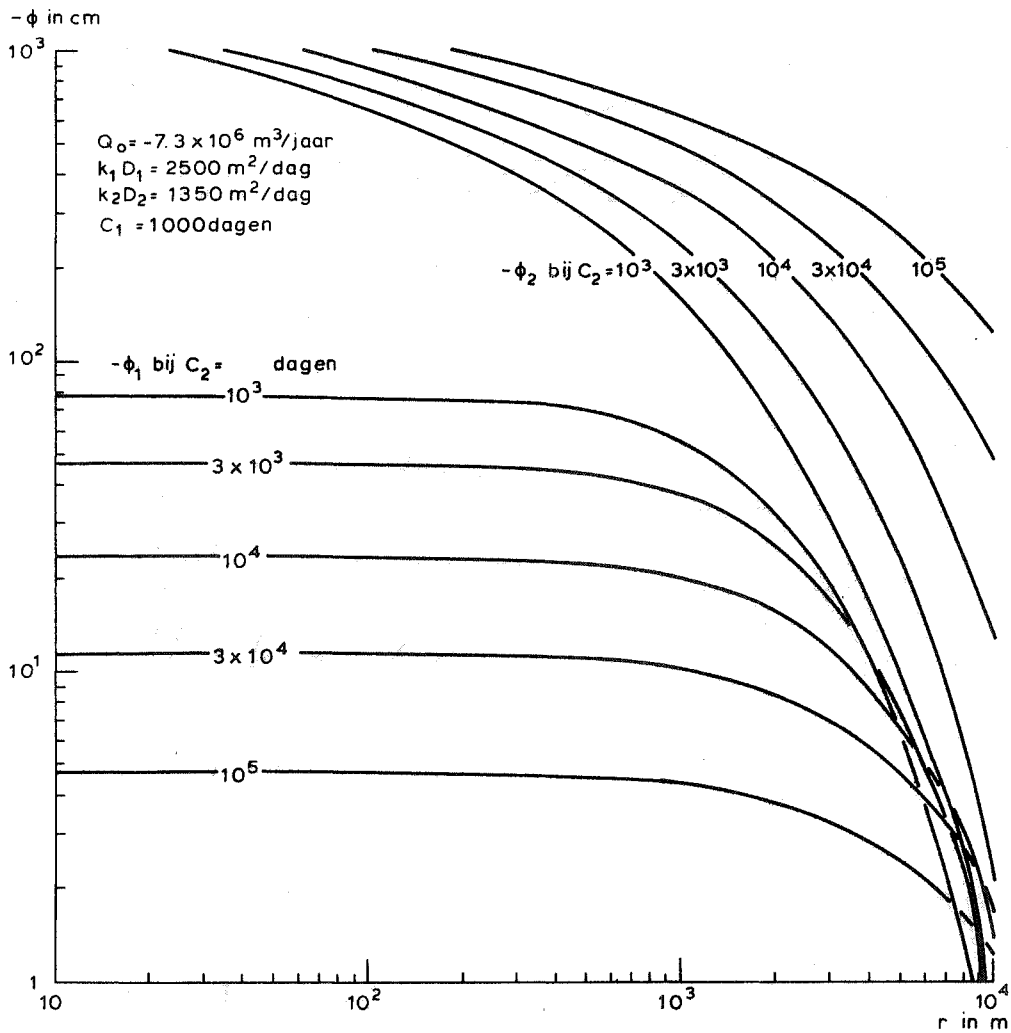


Fig. 22b. Stijghoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de onderste (2e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 1000$ dagen

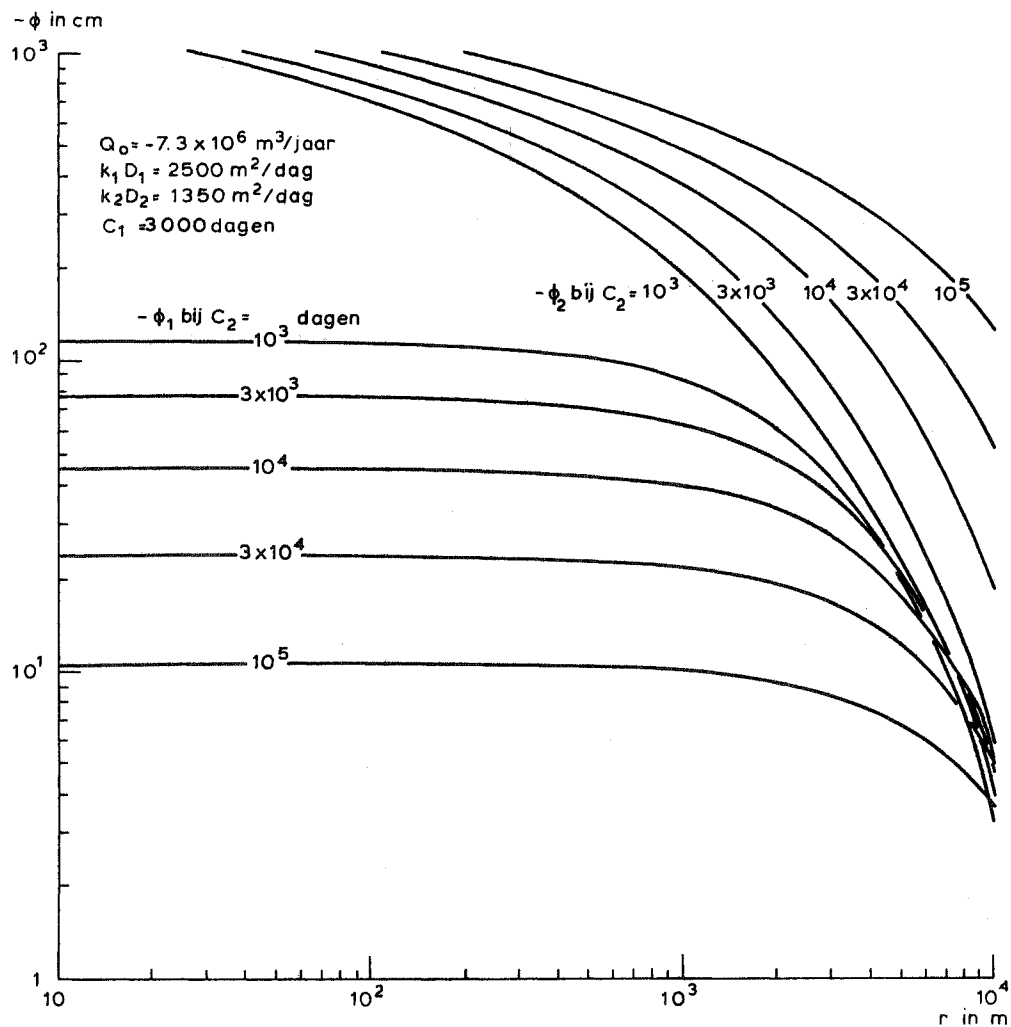


Fig. 22c. Stijghoogteveranderingen in de 1e (ϕ_1) en 2e (ϕ_2) watervoerende laag, tengevolge van drinkwaterwinning uit de onderste (2e) watervoerende laag bij een oneindig groot voedingsgebied, als functie van de afstand tot het centrum van de onttrekking ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) bij $k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}$, $k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}$, variabele c_2 en $c_1 = 3000$ dagen

Met behulp van deze formules zijn voor enkele combinaties van c_1 en c_2 de stijghoogteveranderingen $\hat{\phi}_1$ en $\hat{\phi}_2$ berekend bij een eindig groot voedingsgebied $A = 10\ 000$ ha en een onttrekking $Q_o = -7,3$ miljoen m^3 /jaar. De resultaten zijn weergegeven in fig. 23 (onttrekking aan de bovenste watervoerende laag) en fig. 24 (onttrekking aan de onderste watervoerende laag), met in beide gevallen een enkellogaritmisch assenstelsel.

Uit fig. 23 blijkt duidelijk dat zowel $\hat{\phi}_1$ als $\hat{\phi}_2$ voornamelijk bepaald wordt door de waarde van c_1 en dat $\hat{\phi}_2$ een erg vlak verloop heeft.

Fig. 24 toont dat in dit geval $\hat{\phi}_1$ zeer vlak verloopt en hoofdzakelijk afhankelijk is van de waarde van c_1 . De grote uitkomsten van $\hat{\phi}_2$ zijn weer opmerkelijk. Als c_1 klein is ten opzichte van c_2 (wat meestal zo is), bepaalt de waarde van c_2 in belangrijke mate de grootte van de stijghoogteverlaging in de onderste watervoerende laag. Stellen wij nu $c_2 = 10\ 000$ dagen, dan blijkt het gehele voedingsgebied niet slechts een verlaging ϕ_2 van minstens 50 cm, doch een verlaging $\hat{\phi}_2$ van minimaal 150 cm te krijgen, ongeacht de waarde van c_1 . Uit de fig. 23 en 24 is weer een procentuele verdeling op te maken, die aangeeft in hoeveel procent van het waterwingebied een bepaalde verlaging worden overschreden.

Voorbeeld: $c_1 = 1000$ dagen ($\gamma_e = 700$ dagen, $c = 300$ dagen); $c_2 = 10\ 000$ dagen
 $k_1 D_1 = 2500\ m^2$ /dag; $k_2 D_2 = 1350\ m^2$ /dag; $Q_o = -7,3$ miljoen m^3 /jaar

a. Onttrekking aan de bovenste watervoerende laag

De formules zijn nu:

$$-\hat{\phi}_1(r) = 1,26 K_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) + 0,012 K_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right) + 0,0025 I_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) + 0,00365 I_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right)$$

$$\hat{\phi}_2(r) = 0,248 K_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) - 0,248 K_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right) + 0,0005 I_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) - 0,0754 I_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right)$$

$$\hat{h}(r) = 0,7 \hat{\phi}_1(r)$$

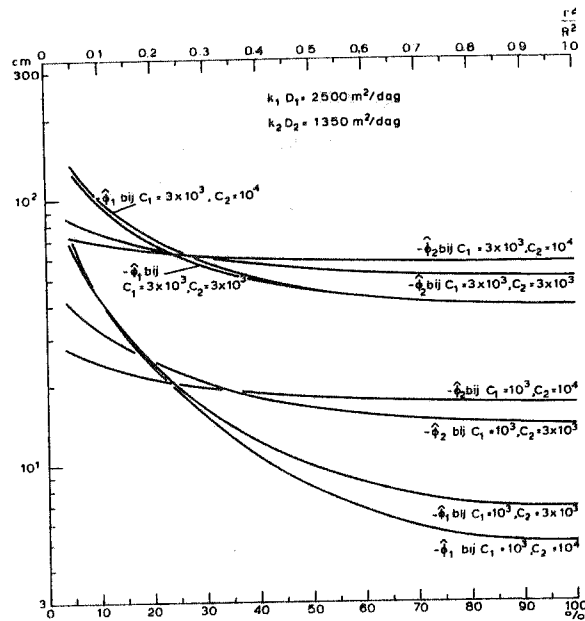


Fig. 23. Stijghoogteveranderingen in de 1e ($\hat{\phi}_1$) en 2e ($\hat{\phi}_2$) water-voerende laag, als gevolg van drinkwaterwinning ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) uit de bovenste watervoerende laag bij een eindig groot voedingsgebied ($A = 10\ 000$ ha), in relatie tot de gebiedsgrootte (%)

$k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}; k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}; c_1$ en c_2 variabel

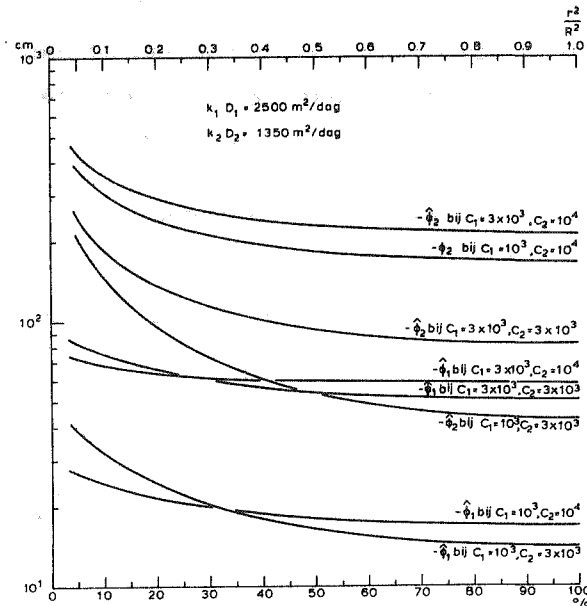


Fig. 24. Stijghoogteveranderingen in de 1e ($\hat{\phi}_1$) en 2e ($\hat{\phi}_2$) water-voerende laag, als gevolg van drinkwaterwinning ($Q_0 = -7,3$ miljoen m^3/jaar) uit de onderste watervoerende laag bij een eindig groot voedingsgebied ($A = 10\ 000$ ha), in relatie tot de gebiedsgrootte (%)

$k_1 D_1 = 2500 \text{ m}^2/\text{dag}; k_2 D_2 = 1350 \text{ m}^2/\text{dag}; c_1$ en c_2 variabel

Tabel 6. Relatieve overschrijdingskans van stijghoogteverlagingen (in cm) tengevolge van drinkwaterwinning uit de bovenste watervoerende laag van een 4-lagen pakket

Relatieve overschrijding (%)	$-\hat{\phi}_2$ (2e watervoerende laag)	$-\hat{\phi}_1$ (1e watervoerende laag)	$-\hat{h}$ (freatisch grondwater)
5	26,5	69,0	48,3
10	24,5	42,2	29,5
20	21,6	23,1	16,2
40	18,8	10,6	7,4
60	17,7	6,7	4,7
80	17,0	5,3	3,7
100	16,8	5,0	3,5

Hier was $Q_o = -7,3$ miljoen m^3 /jaar. Na omrekening tot $Q_o = -8$ miljoen m^3 /jaar (dus vermenigvuldiging met 1,1) blijkt de goede overeenkomst van de kolom voor \hat{h} met die uit tabel 5 (hfdst. 6) voor $kD = 2500$ m^2 /dag en $c_1 = 1000$ dagen. Dit illustreert de geringe invloed van de waarde van c_2 op de waarde van $\hat{\phi}_1$ en \hat{h} .

b. Onttrekking aan de onderste watervoerende laag

Hier luiden de formules:

$$\hat{\phi}_1(r) = 0,248 K_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) - 0,248 K_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right) + 0,0005 I_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) - 0,0754 I_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right)$$

$$-\hat{\phi}_2(r) = 0,022 K_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) + 2,334 K_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right) + 0,00004 I_o \left(\frac{0,67}{1000} r\right) + 0,7099 I_o \left(\frac{0,26}{1000} r\right)$$

$$\hat{h}(r) = 0,7 \hat{\phi}_1(r)$$

Tabel 7. Relatieve overschrijdingskans van stijghoogteverlagingen (in cm) tengevolge van drinkwaterwinning uit de onderste watervoerende laag van een 4-lagen pakket

Relatieve overschrijding (%)	$-\hat{\phi}_2$ (2e watervoerende laag)	$-\hat{\phi}_1$ (1e watervoerende laag)	$-\hat{h}$ (freatisch grondwater)
5	375	26,5	18,5
10	306	24,5	17,1
20	243	21,6	15,1
40	195	18,8	13,2
60	178	17,7	12,4
80	168	17,0	11,9
100	166	16,8	11,8

Bij $Q_0 = -7,3$ miljoen m^3 /jaar ontstaan er in de onderste watervoerende laag dus verlagingen die aanzienlijk boven 1 m liggen. Het freatisch vlak ondergaat bij het centrum van de onttrekking niet zulke grote verlagingen als in tabel 6, maar de afname van de verlaging verloopt als functie van de afstand tot de put veel trager. In het gehele gebied zakt het freatisch vlak meer dan ongeveer 12 cm.

8. SAMENVATTING

De grondwaterstandsverlagingen door onttrekkingen voor kunstmatige beregening zijn qua grootte voornamelijk afhankelijk van de waarden van de bergingscoëfficiënt, de effectieve drainageweerstand, de duur van de beregeningsperiode, de jaarlijkse beregeningsgift en het percentage beregend oppervlak.

De bergingscoëfficiënt μ hangt onder andere af van de grondwaterstandsdiepte en is dus variabel. Bij de berekeningen is μ per situatie constant verondersteld, hetgeen zeker bij grote grondwaterstandsfluctuaties niet geheel juist is.

Ook de effectieve drainageweerstand γ_e is variabel, maar opsplitsing van het jaar in een zomertijdvak met een grotere waarde voor γ_e en een overige periode met een kleinere waarde voor γ_e geeft bij de berekeningen al resultaten, die redelijk overeenstemmen met de uitkomsten voor een geheel variabele γ_e . Bovendien moet er rekening mee worden gehouden dat γ_e in droge jaren tengevolge van een dieper liggende grondwaterspiegel groter is dan in normale jaren.

De jaarlijkse beregeningsgift G is in de eerste plaats afhankelijk van de droogte van de zomer. Stellen wij de duur van de beregeningsperiode gemiddeld op bijna 4 maanden, dan wordt de dagelijkse grondwateronttrekking per oppervlakte-eenheid geheel bepaald door het produkt $G \times b$, waarin b het percentage beregend oppervlak is. Daardoor is de grondwaterstandsverlaging in een bepaald soort droog jaar vrijwel lineair afhankelijk van de factor b .

Gezien de huidige gemiddelde waarde voor de pompcapaciteit kunnen de meeste onttrekkingen voor beregening in Noord-Brabant redelijk als diffuus worden benaderd, zeker bij een relatief groot doorlaatvermogen kD van de ondergrond. In het algemeen is een diffuse benadering aanvaardbaar, indien Q , de tijdens de groeiperiode gemiddeld dagelijks onttrokken hoeveelheid grondwater, voldoet aan: $\frac{Q}{kD} < 0,3$ m.

Bij lage zandgronden wordt de door onttrekking voor beregening veroorzaakte grondwaterstandsverlaging in de meeste gevallen grotendeels goedge maakt voor het begin van de beregeningsperiode in het volgende jaar. Bij beregening van 70% van het totale oppervlak zal echter in een 1,5% droog jaar een dusdanige grondwaterstandsverla-

ging optreden, dat aan het begin van de beregeningsperiode in het volgende jaar nog een verlaging van enkele decimeters is overgebleven.

Bij hoge zandgronden treedt zeker geen volledig herstel op en speelt de voorgeschiedenis dus een rol van betekenis. Na een droog jaar zal de gemiddelde waarde van γ_e zowel in de zomer als in de herstelperiode van het volgend jaar groter zijn dan in de corresponderende tijdvakken van het jaar tevoren. Door de toename van γ_e verloopt het herstel nog trager. Bij hoge zandgronden zal beregening in een droog jaar dus veel langer een merkbaar effect hebben op het grondwaterstandspeil.

Onttrekkingen voor de drinkwatervoorziening veroorzaken in tegenstelling tot het voorgaande geval grote trechtervormige verlagingen. Om de stijghoogteveranderingen te kunnen onderzoeken is kennis nodig van de geo-hydrologische toestand van de ondergrond en is het van belang te weten in welke watervoerende laag de onttrekking plaats vindt. Bij onttrekking onder een slecht doorlatende laag krijgt de verlaging een veel vlakker verloop.

We onderscheiden twee situaties:

- a. een 2-lagen pakket, bestaande uit een deklaag (waarin het freatisch oppervlak), één watervoerende laag (diep grondwater) en daaronder een vrijwel ondoorlatende basis;
- b. een 4-lagen pakket: onder de deklaag (met daarin het freatisch oppervlak) zijn nu twee watervoerende lagen aanwezig, welke worden gescheiden door een slechtdoorlatende laag. Het geheel rust op een vrijwel ondoorlatende basis.

In de Centrale Slenk in oostelijk Noord-Brabant geldt situatie b.

Bij onttrekkingen uit de b o v e n s t e watervoerende laag van een 4-lagen pakket komen de resultaten voor de veranderingen in het freatisch oppervlak en in het stijghoogte-oppervlak van de bovenste watervoerende laag vrij goed overeen met de uitkomsten, die in het geval van een 2-lagen pakket worden verkregen. Dit vindt zijn oorzaak in het feit dat c_1 (de som van de effectieve drainageweerstand en de verticale weerstand van de bovenste afdekkende laag) meestal relatief klein is ten opzichte van c_2 (de verticale weer-

stand van de onderste afdekkende laag in een 4-lagen pakket). In een 4-lagen pakket worden in dit geval de veranderingen in het freatisch oppervlak (h) en in de stijghoogte-oppervlakken van de 1e en 2e water-voerende laag (resp. ϕ_1 en ϕ_2) voornamelijk bepaald door de waarde van c_1 . De stijghoogteverandering ϕ_2 vertoont een erg vlak verloop.

Onttrekkingen aan de o n d e r s t e watervoerende laag in een 4-lagen pakket geven bij het centrum geringere, maar veel vlakker verlopende verlagingen in het freatisch oppervlak en in het stijghoogte-oppervlak van de 1e watervoerende laag. De grootte van deze verlagingen blijkt hoofdzakelijk afhankelijk te zijn van de waarde van c_1 . In de 2e watervoerende laag zelf ontstaan flinke verlagingen, die door de grote waarde van de weerstand c_2 in het gehele gebied aanzienlijk boven 1 m kunnen liggen.

LITERATUUR

- BOHEEMEN, P.J.M. VAN en J.G.S. DE WILDE, 1979. Watervoorziening land- en tuinbouw in het droge jaar 1976. Regionale Studies ICW 15.
- BRUIN, H.A.R. DE, 1979. Neerslag, open waterverdamping en potentieel neerslagoverschot in Nederland. Frequentieverdelingen in het groeiseizoen. Wetenschappelijk Rapport WR 79-4. KNMI.
- COMMISSIE GRONDWATERWET WATERLEIDINGBEDRIJVEN, 1978. Nota met betrekking tot de grondwaterwinning in de Centrale Slenk van oostelijk Noord-Brabant (concept).
- COMMISSIE TER BESTUDERING VAN DE WATERBEHOEFTE VAN DE GELDERSE LANDBOUWGRONDEN, 1970. Hydrologisch Onderzoek in Het Leerinkbeekgebied. Tweede interimrapport Werkgroep I.
- COMMISSIE VOOR HYDROLOGISCH ONDERZOEK TNO, 1964. Steady flow of groundwater towards wells. Verslagen en Mededelingen, nr 10.
- ERNST, L.F., 1967. Wateronttrekking door diepe putten. Nota ICW 353.
- 1969. Determination of storage coefficients from observation of groundwater levels. Verspreide Overdrukken ICW 87.
- 1971. Analysis of groundwater flow to deep wells in areas with a non-linear function for the subsurface drainage. Technical Bulletin ICW 75.
- 1978. Drainage of undulating sandy soils with high groundwater tables. Technical Bulletin ICW 106.
- en R.A. FEDDES, 1979. Invloed van grondwateronttrekking voor beregening en drinkwater op de grondwaterstand. Nota ICW 1116.
- KOUWE, J.J. en B. VRIJHOF, 1958. De landbouwwaterhuishouding in de provincie Noord-Brabant. Commissie Onderzoek Landbouwwaterhuishouding Nederland TNO, rapport nr 11.
- TNO DIENST GRONDWATERVERKENNING. Kaartbladen van de grondwaterkaart van Nederland.